Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 07 / 12 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.
2) Calcular o volume de sólidos, por meio de contagem de unidades e fórmulas.
3) Exercícios p/ aula – livro (págs72 à 74).
4) Exercícios p/ casa – Caderno de atividades (págs 74 à 76).
5) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Volume de um prisma

Sistema Internacional de Unidades

Em 1628, uma multidão na Suécia presenciou horrorizada o novo navio de guerra Vesa naufragar em sua viagem inaugural, a menos de dois quilômetros da costa. Na ocasião, 30 tripulantes morreram.

Armado com 64 canhões de bronze, o Veza era considerado o navio mais poderoso do mundo.

Os arqueólogos que o estudaram depois que ele foi içado do fundo do mar em 1961 dizem que ele era assimétrico: mais espesso a bombordo do que a estibordo.

Uma razão para isso pode ser o fato de que os operários usaram sistemas de medidas diferentes. Os arqueólogos encontraram quatro réguas usadas na construção: duas estavam calibradas em pés suecos, que têm 12 polegadas, enquanto as outras usavam pés de Amsterdã, com 11 polegadas.

OS DEZ MAIORES erros de cálculo da ciência e da engenharia. Disponível em: <http://g1.globo.com/mundo/noticia/2014/05/os-dez-maiores-erros-de-calculo-da-ciencia-e-da-engenharia.html>. Acesso em: 2 dez. 2019.

Desde sua origem, o ser humano vem realizando medições. Durante muito tempo, o povo de cada região adotou o próprio sistema de medida (arbitrário e, muitas vezes, impreciso). Esse fato dificultava as transações comerciais e a troca de informações entre os povos, pois as medidas eram expressas em unidades diferentes, o que gerava problemas. Muitos séculos se passaram até que o Sistema Métrico, que é o utilizado atualmente, fosse desenvolvido, chegando-se à composição do atual Sistema Internacional de Unidades (SI). Nesse sistema, podemos distinguir duas classes de unidades: as **unidades de base** e as **unidades derivadas**.

Na tabela a seguir, estão as unidades de base do SI.

Grandeza	Nome	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Quantidade de matéria	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd

Fonte: INMETRO. *Sistema Internacional de Unidades – SI*. 8. ed. Rio de Janeiro, 2007.

Algumas unidades que você já estudou são derivadas de unidades apresentadas na tabela anterior. Exemplos:

Grandeza	Nome	Símbolo
Superfície	metro quadrado	m^2
Volume	metro cúbico	m^3

Medindo volumes

Leia a notícia abaixo, publicada em 10 de abril de 2019.

Medidas de bagagens de mãos em voos nacionais começam a ser verificadas

©Shutterstock/Semachkovsky

A partir desta quarta-feira, a Associação Brasileira das Empresas Aéreas (Abear) começa a verificar, em quatro aeroportos do país, os tamanhos das bagagens de mãos levadas em voos nacionais. A ação será repetida em outros 12 aeroportos, por etapas, com o intuito de orientar os passageiros em cada terminal durante duas semanas. Apenas após esse prazo, bagagens impróprias deverão ser despachadas, gerando um ônus financeiro.

As medidas máximas que as malas devem ter foram implementadas pela Abear e vale nas quatro companhias aéreas brasileiras (Latam, Avianca, Azul e Gol). Segundo a regra, cada passageiro pode levar no voo, sem despachar, apenas uma mala com 55 cm de altura por 35 cm de largura e 25 cm de profundidade, pesando até 10 quilos.

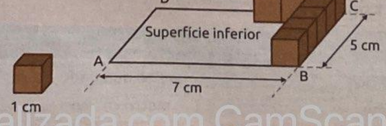
VELOSO, Ana C. *Medidas de bagagens de mãos em voos nacionais começam a ser verificadas.* Disponível em: <https://extra.globo.com/noticias/economia/medidas-de-bagagens-de-maos-em-voos-nacionais-comecam-a-ser-verificadas-23587667.html>. Acesso em: 2 dez. 2019.

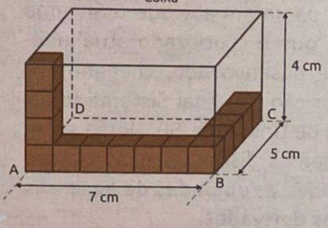
Para definirem o tamanho da bagagem de mão que os passageiros podem levar em um voo, as companhias aéreas avaliaram o espaço disponível nos bagageiros. Dividindo-se o valor encontrado pelo número de assentos da aeronave, definiu-se o volume da bagagem de mão por passageiro.

Medir o espaço ocupado por um objeto significa calcular o **volume** desse objeto. Para isso, é necessário comparar o que se quer medir com uma unidade de medida de mesma natureza, tomada como padrão.

Considere uma caixa de acrílico, semelhante a um paralelepípedo, cujas medidas internas são 5 cm de largura, 7 cm de comprimento e 4 cm de altura. Suponha que queiramos enchê-la com cubinhos com 1 cm de aresta, que será a unidade de medida tomada como padrão. Esses cubinhos têm volume de 1 cm^3.

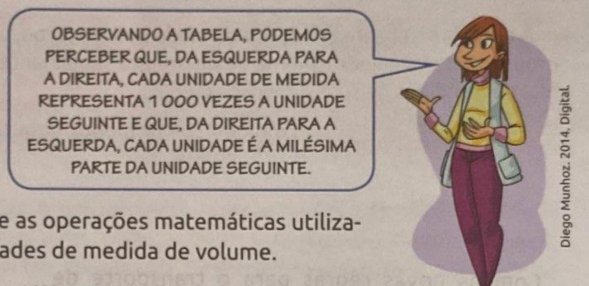
Primeiro, preenchemos toda a superfície inferior da caixa.





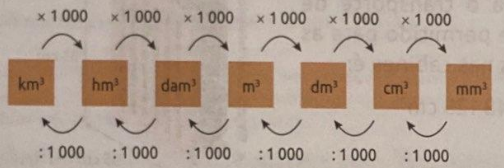
Para medir volumes maiores ou menores do que o metro cúbico, devem ser utilizados seus múltiplos e seus submúltiplos, respectivamente.

Quilômetro cúbico	Hectômetro cúbico	Decâmetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$1\,000\,000\,000\ m^3$	$1\,000\,000\ m^3$	$1\,000\ m^3$	$1\ m^3$	$\frac{1}{1000}\ m^3$	$\frac{1}{1000\,000}\ m^3$	$\frac{1}{1000\,000\,000}\ m^3$
Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		



Diego Munhoz. 2014. Digital.

- Observe a indicação das setas e as operações matemáticas utilizadas na transformação das unidades de medida de volume.



Para expressar 8 m^3 em decímetros cúbicos, por exemplo, basta multiplicar esse valor por 1 000. Assim:

$$8 \cdot 1\,000 = 8\,000 \rightarrow 8\ m^3 = 8\,000\ dm^3$$

Como fazer para expressar 3 000 000 cm^3 em metros cúbicos?

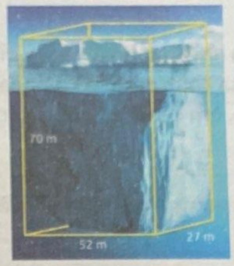
Veja que, nesse caso, vamos transformar uma unidade em outra que, na tabela, está duas casas à esquerda. Nesse caso, dividimos o valor por 1 000 e obtemos 3 000 dm^3 e, depois, dividimos o resultado novamente por 1 000. Esse procedimento equivale a dividir por 1 000 000.

$$3\,000\,000 : 1\,000\,000 = 3$$

$$3\,000\,000\ cm^3 = 3\ m^3$$

Volume do paralelepípedo

Observe novamente o *iceberg* mostrado na imagem de abertura do capítulo e imagine que ele tenha a forma aproximada de um paralelepípedo com as medidas indicadas a seguir.

Já sabemos que aproximadamente 90% da altura de um *iceberg* fica debaixo d'água. Considerando a altura total do *iceberg*, podemos calcular a altura da parte que está fora da água:

$$100\% - 90\% = 10\%$$

$$70\text{ m} \cdot \frac{10}{100} = 7\text{ m}$$

Multiplicando as medidas da altura, da largura e do comprimento, obtemos:

$$7\text{ m} \cdot 52\text{ m} \cdot 27\text{ m} = 9\,828\text{ m}^3$$

A parte que está fora da água tem volume aproximado de $9\,828\text{ m}^3$.

Como a parte visível corresponde a 10% do volume total do *iceberg*, podemos calcular seu volume total aproximado:

Razão entre a parte visível e o total do *iceberg* (%): $\frac{10}{100}$

Razão entre o volume visível e o volume total do *iceberg*: $\frac{9\,828}{x}$

$$\frac{10}{100} = \frac{9\,828}{x}$$

$$10 \cdot x = 100 \cdot 9\,828$$

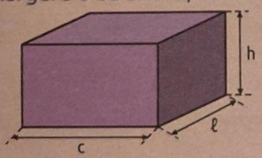
$$x = \frac{982\,800}{10} = 98\,280\text{ m}^3$$

$$98\,280 : 1\,000\,000\,000 = 0{,}00009828$$

$$98\,280\text{ m}^3 = 0{,}00009828\text{ km}^3$$

Portanto, o *iceberg* tem um volume total aproximado de $98\,280\text{ m}^3$, ou $0{,}00009828\text{ km}^3$.

O volume de um paralelepípedo é obtido multiplicando-se as medidas do comprimento, da largura e da altura, isto é:



$$\text{Volume} = \text{comprimento} \cdot \text{largura} \cdot \text{altura}$$

ou

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$

Em que:

V: volume

c: comprimento

ℓ: largura

h: altura

Exemplo:

Cléber comprou um aquário novo, com 50 cm de comprimento, 30 cm de largura e 30 cm de altura. Ele precisa colocar uma camada de 5 cm de areia no fundo do aquário. Qual é a quantidade de areia, em centímetros cúbicos, que Cléber deverá comprar?


©Shutterstock/Eduard Radu

O volume de areia é dado pelo produto de:

$$50\ \text{cm} \cdot 30\ \text{cm} \cdot 5\ \text{cm} = 7\,500\ \text{cm}^3$$

Note que a altura da camada de areia é de 5 cm. É esse valor que devemos considerar no cálculo, e não a altura total do aquário, que é de 30 cm.

atividades

Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 09 / 12 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.

2) Entender situações de acréscimos e descontos percentuais e calcular juros simples.

3) Exercícios p/ aula – livro (págs 31 e 32).

4) Exercícios p/ casa – Caderno de atividades (págs 58 à 60).

5) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Porcentagem

Acréscimos e descontos

Já vimos que as razões podem ser escritas na forma de porcentagem. Essa forma de representação de uma razão é bastante usada quando queremos comparar uma parte com o todo.

Acompanhe a situação a seguir.

Rute preparou uma feijoada em um evento para 160 pessoas, que lhe foi encomendada por uma cliente. O prato fez muito sucesso, e logo ela recebeu uma nova encomenda, dessa vez para 200 pessoas. Agora, Rute precisa saber a quantidade de ingredientes a mais que deve comprar para preparar a feijoada.


©Shutterstock/Henrique Ferrera

Observe que a quantidade de pessoas que estarão presentes é diretamente proporcional à quantidade relativa de ingredientes usados por Rute para fazer a feijoada.

A razão entre o número de pessoas esperadas no segundo evento e o número de pessoas presentes no primeiro evento é $\frac{200}{160} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$.

Assim, se antes Rute tiver usado 4 kg de cebola, agora terá que usar 5 kg. O mesmo valerá para qualquer quantidade relativa a outro ingrediente.

Também podemos representar essa razão na forma de uma porcentagem. Para isso, precisamos encontrar uma fração equivalente a $\frac{5}{4}$ com denominador 100:

$$\frac{5^{\times 25}}{4_{\times 25}} = \frac{125}{100} = 125\%$$

Isso significa que a quantidade de ingredientes para a segunda feijoada equivale a 125% da quantidade usada na primeira feijoada, ou seja, para cada 100 g de feijoada preparados para o primeiro evento, Rute terá que preparar agora 125 g.

Como essa porcentagem é maior que 100%, dizemos que existe um **acréscimo** em relação à quantidade original. Para saber de quanto é esse acréscimo, calculamos:

$$125\% - 100\% = 25\%$$

O acréscimo é de 25% em relação à quantidade original.

Taxa percentual ou **porcentagem** é uma medida de comparação entre quantidades de uma mesma grandeza. Ela corresponde à razão $\frac{a}{b}$, em que **a** é um número racional positivo e b = 100.

O valor de referência (a quantidade que será comparada) sempre corresponde a 100%.

Podemos resolver situações que envolvem porcentagem por meio de uma regra de três com grandezas que são sempre diretamente proporcionais.

Quando há um **acréscimo**, o percentual correspondente é maior que 100% do valor inicial; quando há um **desconto**, esse percentual é menor que 100%.

Veja a seguir alguns exemplos que ilustram essas afirmações.

Exemplo 1

Um feirante vendeu todos os tomates de uma caixa por R$ 29,25, tendo um lucro de 30% sobre o preço que havia pago. Quanto ele pagou pela caixa de tomates? O lucro foi de quantos reais?

©Shutterstock/Nataliia Pyzhova

O valor inicial, que é a referência para o cálculo da porcentagem, é desconhecido e corresponde a 100%.

Após o acréscimo de 30% sobre o valor pago, o novo valor da caixa de tomates (que é R$ 29,25) será de 100% + 30% = 130% do valor inicial. Podemos, dessa forma, estabelecer a seguinte regra de três:

$$\frac{130}{100}=\frac{29{,}25}{x}\rightarrow 130\cdot x=2\,925\rightarrow x=\frac{2925}{130}\rightarrow x=22{,}5$$

O feirante pagou inicialmente R$ 22,50 pela caixa de tomates.

Assim, o lucro em reais obtido foi de R$ 29,25 – R$ 22,50 = R$ 6,75.

Exemplo 2

Na loja em que trabalha, Flora pode comprar roupas com 15% de desconto. Ela comprou um vestido cujo preço, na etiqueta, era de R$ 156,00. Quanto Flora pagou pelo vestido?

O desconto é aplicado sobre o valor de R$ 156,00. Isso significa que R$ 156,00 é o valor de referência, ou seja, correspondente a 100%.

Se o desconto aplicado foi de 15%, então o vestido vale 100% – 15% = 85% do valor de referência. Dessa maneira, temos:

$$\frac{85}{100}=\frac{x}{156}\rightarrow 100\cdot x=85\cdot 156\rightarrow x=\frac{13\,260}{100}\rightarrow x=132{,}6$$

Assim, Flora pagou R$ 132,60 pelo vestido.

Exemplo 3

Roberto leu no jornal que a tarifa de metrô em sua cidade vai subir de R$ 4,30 para R$ 4,60. Qual será o percentual de aumento da tarifa?

O acréscimo é aplicado sobre o valor de R$ 4,30. Isso significa que R$ 4,30 é o valor de referência, ou seja, correspondente a 100%. Queremos encontrar a porcentagem **p** de R$ 4,60 relativa a esse valor de referência. Podemos, dessa forma, estabelecer a seguinte regra de três:

$$\frac{4{,}60}{4{,}30}=\frac{p}{100}\rightarrow 4{,}30p=4{,}60\cdot 100\rightarrow p=\frac{460}{4{,}30}\rightarrow p\simeq 106{,}98$$

Assim, o valor de R$ 4,60 corresponde a, aproximadamente, 106,98% de R$ 4,30.

106,98% – 100% = 6,98%

Portanto, o percentual de aumento foi de, aproximadamente, 6,98%.

Ressalte que esses três exemplos foram resolvidos usando-se a regra de três, de modo que os alunos compreendam que um grupo de problemas pode ser solucionado utilizando-se o mesmo raciocínio/algoritmo.

Juros simples e compostos

Quando compramos um produto, podemos optar por fazer o pagamento à vista ou a prazo. Ao optarmos pelo pagamento à vista, devemos pagar o valor total do produto no momento da compra.

Ao optar pelo pagamento a prazo, podemos efetuar o pagamento em parcelas mensais iguais. Nessa forma de pagamento, geralmente há um valor adicional a ser pago chamado de **juro**.

No anúncio ao lado, observe os valores para as diferentes formas de pagamento oferecidas por uma loja.

Flaper. 2020. Digital.

O valor do *smartphone* à vista é R$ 816,00. Se o comprador optar pelo pagamento a prazo, o produto sairá por:

$$10 \cdot \text{R\$ } 89{,}76 = \text{R\$ } 897{,}60$$

A diferença entre os dois preços corresponde aos juros cobrados pela loja.

$$\text{R\$ } 897{,}60 - \text{R\$ } 816{,}00 = \text{R\$ } 81{,}60$$

Ao comprar um produto parcelado, além de calcular quanto pagaremos a mais, devemos procurar saber a **taxa de juros** cobrada. Para isso, calculamos a razão entre valor pago a prazo (antecedente) e o valor pago à vista (consequente).

Razão entre os valores (em reais): $\dfrac{897{,}60}{816{,}00}$

Para encontrar os valores correspondentes em porcentagem, estabelecemos a seguinte regra de três:

$$\frac{897{,}60}{816{,}00} = \frac{x}{100} \rightarrow 89\,760 = 816 \cdot x \rightarrow x = \frac{89\,760}{816} \rightarrow x = 110$$

Dizemos, então, que o preço do *smartphone* sofreu um acréscimo de 110% − 100% = 10% sobre o valor inicial. Esse acréscimo em percentual corresponde à taxa de juros cobrada pelo parcelamento em relação ao preço à vista do produto.

Além de serem aplicados nas compras a prazo, os juros também são usados quando emprestamos dinheiro diretamente de bancos e outras instituições de crédito ou quando fazemos investimentos em aplicações financeiras.

Quando um banco nos empresta dinheiro, temos que pagar juros que variam de acordo com o prazo estipulado para a devolução desse valor. Quando fazemos uma aplicação financeira, somos nós que estamos emprestando dinheiro a alguma empresa e, posteriormente, receberemos juros pelo dinheiro que investimos.

Juro é o valor que se paga pelo uso de uma quantia negociada em algum empréstimo/ investimento por certo período de tempo.

O valor inicial, ou valor de referência, é chamado de **capital**. A quantia resultante da soma do capital com os juros é chamada de **montante**.

No sistema financeiro, podemos encontrar o sistema de capitalização de juros simples e o sistema de capitalização de juros compostos. As situações a seguir ilustram a diferença entre os dois modelos.

Situação 1

Carla emprestou à sua prima Ana R$ 6.000,00 por 3 meses a uma taxa de **juro simples** de 4% ao mês. Quanto Ana deverá devolver ao término desse período?

Quando trabalhamos com juros simples, a taxa incide sempre sobre o **valor inicial** do empréstimo. Para determinar o valor dos juros que Ana vai pagar por esse empréstimo, inicialmente transformamos a taxa percentual em um número decimal: $4\% = \frac{4}{100} = 0{,}04$.

Em seguida, multiplicamos o capital pela taxa de juros:

$6\,000 \cdot 0{,}04 = 240 \longrightarrow$ Esse é o valor do juro cobrado a cada mês.

Depois, multiplicamos o valor do juro mensal pelo tempo do empréstimo:

$240 \cdot 3 = 720 \longrightarrow$ Esse será o valor dos juros após 3 meses.

Assim, passado o período de 3 meses, Ana deverá pagar a Carla o total de:

$6\,000 + 720 = 6\,720 \longrightarrow$ O valor total corresponde ao montante.

Ana deverá devolver a Carla o valor de R$ 6.720,00.

Também podemos calcular os juros simples por meio da seguinte fórmula:

$$\underbrace{J}_{\text{Juros após o período}} = \underbrace{C}_{\text{Capital}} \cdot \underbrace{i}_{\text{Taxa de juros}} \cdot \underbrace{t}_{\text{Tempo}}$$

Assim, calculamos o montante, que será dado pela soma do capital e dos juros:

$$\underbrace{M}_{\text{Montante após período}} = \underbrace{C}_{\text{Capital}} + \underbrace{J}_{\text{Juros após o período}}$$

Situação 2

Agora, considere que Carla tenha aplicado R$ 6.000,00 em um investimento a uma taxa de **juro composto** de 4% ao mês por 3 meses. Quanto ela receberá ao final do período dessa aplicação?

Quando trabalhamos com juros compostos, a taxa incide sempre sobre o **valor atual** do empréstimo após cada período.

Assim, devemos calcular o montante após os 3 meses da seguinte maneira:

$6000 \cdot 0{,}04 = 240 \longrightarrow$ Valor do juro do 1º mês

$6\,000 + 240 = 6\,240 \longrightarrow$ Montante do 1º mês

$6\,240 \cdot 0{,}04 = 249{,}60 \longrightarrow$ Valor do juro do 2º mês

$6\,240 + 249{,}60 = 6\,489{,}60 \longrightarrow$ Montante do 2º mês

$6\,489{,}60 \cdot 0{,}04 = 259{,}584 \longrightarrow$ Valor do juro do 3º mês

$6\,489{,}60 + 259{,}584 = 6\,749{,}184 \longrightarrow$ Montante do 3º mês

$6\,749{,}184 = 6\,749{,}18 \longrightarrow$ Como o sistema monetário só permite valores até duas casas decimais, arredondamos o montante ao fim de todo o processo.

Carla receberia o valor de R$ 6.749,18.

Veja a fórmula para calcular o montante sobre juros compostos, a qual você usará apenas nos próximos anos:

$$\underbrace{M}_{\text{Montante após período}} = \underbrace{C}_{\text{Capital}} \cdot \underbrace{(1+i)}_{\text{Acréscimo percentual}}{}^{t \leftarrow \text{Tempo}}$$