Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 16 / 11 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.
2) Analisar quando duas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais; resolver situações problemas que envolvem a regra de três simples como parte de sua resolução.
3) Exercícios p/ aula – livro (págs 23 à 25)
4) Exercícios p/ casa – livro (págs 56 e 57).
5) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Grandezas diretamente proporcionais

Vimos que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou contado.

Leia e analise a situação a seguir.

©Shutterstock/BrunoGarridoMacias

> Pequenos vazamentos podem representar um dos verdadeiros vilões da conta de água se não forem percebidos a tempo.
>
> De acordo com um levantamento realizado pelo Instituto Trata Brasil, uma única torneira pingando perde, em média, 46 litros por dia.

MENEZES, Diogo. *Uma torneira gotejando pode aumentar a conta em até R$ 100; veja dicas para economizar*. Disponível em: <https://jc.ne10.uol.com.br/blogs/olhovivo/2017/05/04/cuidados-com-o-consumo-de-agua-sao-essenciais-para-economizar/>. Acesso em: 21 ago. 2019.

Com base nas informações do texto, podemos criar uma tabela que indica a relação entre a quantidade de água desperdiçada e o número de dias que uma torneira permanece sem conserto.

: 2 ×5 ×3

Tempo (em dias)	1	0,5	2,5	1,5
Água desperdiçada (em litros)	46	23	115	69

: 2 ×5 ×3

As grandezas envolvidas nessa situação são o tempo decorrido e a quantidade de água desperdiçada.

Quando reduzimos o número de dias à metade, a quantidade de água desperdiçada também é reduzida à metade. Quando multiplicamos o tempo decorrido por um número qualquer, a quantidade de água vazada também é multiplicada pelo mesmo número.

Assim, dizemos que a quantidade de água desperdiçada é proporcional ao tempo que a torneira permanece vazando.

Podemos estabelecer razões entre o tempo e a quantidade de água desperdiçada:

Segunda coluna da tabela $\rightarrow \frac{0,5}{23} = \frac{1}{2} : 23 = \frac{1}{2 \cdot 23} = \frac{1}{46}$

Terceira coluna da tabela $\rightarrow \frac{2,5}{115} = \frac{25}{10} : 115 = \frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{10}_{2} \cdot \cancel{115}_{23}} = \frac{1}{46}$

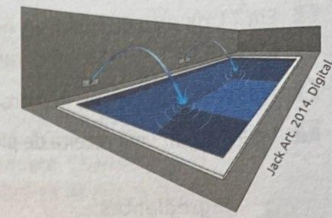
Note que, ao simplificarmos essas razões, todas resultam em $\frac{1}{46}$. Esse valor é a constante de proporcionalidade. Portanto, tais razões são equivalentes e podemos escrever:

$$\frac{1}{46} = \frac{0,5}{23} = \frac{1,5}{69} = \frac{2,5}{115}$$

Quando isso ocorre, as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais.

> Quando duas grandezas variam sempre na **mesma razão**, são denominadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Grandezas inversamente proporcionais



Jack Art. 2014. Digital.

Maria Eduarda construiu uma piscina em sua casa. Para enchê-la, há duas aberturas iguais, por meio das quais a água passa e pode ter o fluxo controlado. Considerando que essas aberturas de água têm o mesmo fluxo e enchem a piscina em 6 horas, observe que:

- as grandezas envolvidas são quantidade de aberturas e tempo gasto para encher a piscina;
- quanto maior o número de aberturas funcionando, todas elas com a mesma vazão, menor o tempo gasto para encher a piscina;
- se a quantidade de aberturas fosse reduzida à metade, seria gasto o dobro do tempo para encher a piscina;
- se a quantidade de aberturas com a mesma vazão de água fosse duplicada, o tempo gasto para encher a piscina seria reduzido à metade.

Veja a seguir a tabela que mostra a relação entre a quantidade de aberturas e o tempo necessário para encher a piscina.

Número de abertura	Tempo (em horas)
2	6
4	3
1	12
12	1

Observe que, quando o número de aberturas aumenta de 2 para 4, ou seja, dobra, a grandeza "tempo" é reduzida à metade, de 6 horas para 3 horas.

Ao estabelecermos razões entre cada grandeza, perceba que uma varia na razão inversa da outra:

$$\frac{2^{:2}}{4_{:2}} = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{6^{:3}}{3_{:3}} = \frac{2}{1} \qquad \frac{4^{:4}}{12_{:4}} = \frac{1}{3} \text{ e } \frac{3}{1} \qquad \frac{1}{12} \text{ e } \frac{12}{1}$$

Note que as razões obtidas são inversas: $\frac{1}{2}$ é o inverso de $\frac{2}{1}$, $\frac{1}{3}$ é o inverso de $\frac{3}{1}$ e $\frac{1}{12}$ é o inverso de $\frac{12}{1}$.

Nesse exemplo, ao multiplicarmos os elementos de cada linha da tabela, obtemos o mesmo resultado:

$$2 \cdot 6 = 4 \cdot 3 = 1 \cdot 12 = 12 \cdot 1 = 12$$

Nessa situação, o número 12 é a constante de proporcionalidade.

> Quando duas grandezas variam sempre na **razão inversa** uma da outra, são denominadas **grandezas inversamente proporcionais**.

Assim, em duas grandezas inversamente proporcionais, os produtos de seus valores correspondentes são iguais.

análise da solução

4 Comentários.

Vamos verificar como o problema a seguir pode ser resolvido.

A distância entre duas cidades é de 360 km. João levou 4 horas para fazer esse percurso de carro na ida. Na volta, a velocidade média dele foi de 60 km/h. Quanto tempo durou a viagem de volta?

Veja a seguir três maneiras diferentes de resolvermos essa questão.

a) Considerando que velocidade e tempo de percurso são grandezas inversamente proporcionais, observe a tabela que relaciona o tempo de viagem com a velocidade. Não se esqueça de que, quando uma grandeza é multiplicada por um valor, a outra grandeza deve ser dividida pelo mesmo valor, e vice-versa.

Lembre-se de que a velocidade média é uma razão especial, calculada da seguinte maneira:

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo de percurso}}$$

Velocidade	Tempo
90 km/h	4 horas
45 km/h	8 horas
15 km/h	24 horas
60 km/h	? horas

Logo, a viagem de volta durou 6 horas.

b) Também podemos resolver esse problema considerando que, quando temos duas grandezas inversamente proporcionais, o produto entre quantidades correspondentes resulta sempre no mesmo valor, que é igual à constante de proporcionalidade (nesse caso, 360).

A expressão algébrica que relaciona o tempo de viagem **t**, a velocidade do retorno e a constante de proporcionalidade é dada por:

$$60t = 360$$

Com ela, podemos calcular a duração da viagem de volta da seguinte maneira:

$$t = \frac{360}{60} \rightarrow t = 6$$

Logo, a viagem de volta durou 6 horas.

c) A razão entre o tempo da primeira e o da segunda viagem é de $\frac{4}{t}$.

Calculamos a velocidade média de João na ida:

$$\text{Velocidade média} = \frac{360\,\text{km}}{4\,\text{h}} = 90\,\text{km/h}$$

A razão entre a velocidade na primeira e a velocidade na segunda viagem é de $\frac{90}{60}$.

Note que $\frac{4}{t}$ e $\frac{90}{60}$ são grandezas que não são diretamente proporcionais. Elas são inversamente proporcionais e, por isso, se invertermos uma das razões, teremos a seguinte proporção:

$$\frac{60}{90} = \frac{4}{t}$$

Veja que, como as grandezas são inversamente proporcionais, a razão inversa de uma delas é proporcional à razão da outra grandeza.

Agora, aplicando a propriedade fundamental das proporções, calculamos o valor da incógnita **t**:

$$\frac{60}{90}=\frac{4}{t}\to 4\cdot 90=60\cdot t\to 360=60t\to t=6$$

Nas três soluções apresentadas, concluímos que o tempo da viagem de volta foi de 6 horas.

Grandezas não proporcionais

Há grandezas que não são proporcionais. Veja a seguir um exemplo.

Com um mês de vida, Giovana tinha 49 cm e 3,7 kg. Observe no quadro a variação de sua massa corporal e de sua altura por determinado período.

Idade (em meses)	Altura (em centímetros)	Massa corporal (em quilogramas)
1	49	3,7
3	56	4,65
6	65	8

Triplicando o tempo de vida de Giovana, sua altura não triplicou.

Dobrando o valor correspondente ao tempo de vida de Giovana, sua massa corporal não dobrou.

Não é possível prever, com base nos dados da tabela, a altura e a massa de Giovana aos 15 anos, pois as grandezas "idade", "altura" e "massa corporal" não são proporcionais. Isso significa que o crescimento ou a massa não variam na mesma proporção com o passar do tempo.

Quando não é possível estabelecer uma relação de proporcionalidade entre duas grandezas, elas são denominadas **grandezas não proporcionais**.

atividades

Regra de três

Já vimos que, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Nas situações que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, podemos utilizar essa propriedade para encontrar um dos quatro elementos da proporção quando ele for desconhecido.

Esse método resolutivo é chamado de **regra de três simples**. Ele pode ser aplicado sempre que, em uma proporção, existirem três números conhecidos e um quarto valor que desejamos obter.

Observe como esse método é aplicado nas situações a seguir.

Situação 1

Se um automóvel percorre 12 km com 1 L de gasolina, quantos quilômetros ele percorre, nas mesmas condições, com 3 L desse combustível?

As grandezas "quantidade de combustível" e "distância percorrida" são diretamente proporcionais, pois, considerando-se as condições normais de rendimento de um carro, quando se triplica a quantidade de combustível, a distância percorrida também é triplicada.

Podemos confirmar isso por meio de uma regra de três simples, em que chamamos de **x** a distância desconhecida. Quando as grandezas são diretamente proporcionais, as razões são iguais. Logo, podemos escrever diretamente a proporção:

$\frac{1}{3} = \frac{12}{x}$	Lemos: "1 está para 3 assim como 12 está para **x**".
$1 \cdot x = 12 \cdot 3$	Aplicamos a propriedade fundamental das proporções.
$x = 36$	Resolvemos a equação e encontramos o valor desconhecido.

O automóvel percorre 36 km com 3 L de combustível.

Situação 2

Uma pessoa faz um percurso de automóvel em 35 minutos com uma velocidade média de 60 km/h. Quanto tempo ela levaria para percorrer o mesmo trajeto se pegasse um congestionamento e a velocidade média caísse para 30 km/h?

As razões referentes a essa situação são:

Razão entre as velocidades médias: $\frac{60}{30}$

Razão entre os tempos de trajeto: $\frac{35}{x}$

As grandezas "velocidade média" e "tempo" são inversamente proporcionais, pois, quando a velocidade média reduz, o tempo correspondente aumenta na mesma razão.

Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 19 / 11 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.

2) Reconhecer experimentos determinísticos e aleatórios; compreender a probabilidade como frequência relativa em um conjunto de dados.

3) Exercícios p/ aula – livro (págs 40, 41, 44 e 45)

4) Exercícios p/ casa – livro (págs 61 à 63).

5) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Noções de probabilidade

1 Sugestão de encaminhamento.

Experimento determinístico e experimento aleatório

Em alguns experimentos, é possível prever resultados, como no caso de querermos calcular o espaço percorrido por um automóvel se soubermos sua velocidade média e se ela for constante.

Sabemos que a velocidade média de um veículo é calculada pela razão entre a distância percorrida por ele e o tempo de percurso: $v = \frac{d}{t}$.

Assim, se considerarmos um veículo que se move a uma velocidade constante de 50 km/h, poderemos dizer qual será a distância percorrida em determinado intervalo de tempo, mesmo que não tenhamos realizado um experimento com esse carro nas mesmas condições. Veja:

Tempo decorrido	Distância percorrida
1 hora	50 km
2 horas	$2 \cdot 50$ km = 100 km
3 horas	$3 \cdot 50$ km = 150 km
⋮	⋮
h horas	$h \cdot 50$ km = 50h km

Observe que, se repetirmos esse experimento várias vezes, mantidas as mesmas condições, ele fornecerá resultados iguais.

Um experimento que fornece sempre os mesmos resultados quando executado sob as mesmas condições é denominado **experimento determinístico.**

Há experimentos, entretanto, cujos resultados não são previsíveis. Por exemplo, quando lançamos um dado ou uma moeda, o resultado depende apenas do acaso. Não é possível saber qual face do dado ou da moeda estará voltada para cima antes de o experimento terminar. Esses experimentos, mesmo que se repitam várias vezes nas mesmas condições, não apresentam resultados iguais.

O experimento cujos resultados não podem ser previstos é denominado **experimento aleatório**.

Outros exemplos de experimentos aleatórios:

- sortear uma bola de uma urna com bolas azuis, amarelas e vermelhas e observar sua cor;
- retirar uma carta de um baralho sem olhar e observar seu número.

Agora, considere o lançamento simultâneo de dois dados de cores diferentes. Um dado é verde e o outro é vermelho. Na tabela, está representado o espaço amostral do lançamento simultâneo desses dois dados.

	(1; 1)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(1; 5)	(1; 6)
	(2; 1)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)	(2; 5)	(2; 6)
	(3; 1)	(3; 2)	(3; 3)	(3; 4)	(3; 5)	(3; 6)
	(4; 1)	(4; 2)	(4; 3)	(4; 4)	(4; 5)	(4; 6)
	(5; 1)	(5; 2)	(5; 3)	(5; 4)	(5; 5)	(5; 6)
	(6; 1)	(6; 2)	(6; 3)	(6; 4)	(6; 5)	(6; 6)

Divo Padilha. 2005. Digital.

Vamos calcular algumas probabilidades desse experimento aleatório.

- Probabilidade de a soma dos números das faces ser igual a 4
  Há 3 resultados favoráveis: (1; 3), (2; 2) e (3; 1).
  Assim, a probabilidade pedida é $\frac{3^{:3}}{36_{:3}} = \frac{1}{12} = 0{,}0833... \simeq 8{,}33\%$.
- Probabilidade de obter números primos nas duas faces
  Há 9 resultados favoráveis: (2; 2), (2; 3), (2; 5), (3; 2), (3; 3), (3; 5), (5; 2), (5; 3) e (5; 5).
  Assim, a probabilidade pedida é $\frac{9^{:9}}{36_{:9}} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$.
- Probabilidade de o produto dos números das faces ser menor que 40
  Todos os elementos do espaço amostral satisfazem o experimento. Nessa situação, estamos lidando com um **evento certo**.
  Assim, a probabilidade pedida é $\frac{36}{36} = 1 = 100\%$.
- Probabilidade de os números das faces serem iguais e de a soma ser igual a 9
  Não há nenhum caso favorável. Nessa situação, estamos lidando com um **evento impossível**.
  Assim, a probabilidade pedida é $\frac{0}{36} = 0 = 0\%$.

Um evento que apresenta 100% de probabilidade de ocorrer é chamado de **evento certo**. Já um evento que apresenta 0% de probabilidade de ocorrer é chamado de **evento impossível**.

Espaço amostral de um experimento aleatório


©P. Imagens/VIMO-MOACIR FRANCISCO

Vamos considerar os resultados que podem ocorrer em dois experimentos aleatórios distintos.

Primeiramente, considere o lançamento de um dado em uma mesa e o registro dos resultados possíveis. Os números que podem ser observados na face superior do dado são: 1, 2, 3, 4, 5, 6.


©Banco Central do Brasil

Portanto, há 6 possíveis resultados para esse experimento.

Agora, considere o lançamento de uma moeda.

Na face superior, podemos obter 1 de 2 resultados possíveis: cara ou coroa.

O conjunto dos resultados possíveis de um experimento aleatório é denominado **espaço amostral**.

Nos dois experimentos considerados, os resultados possíveis são:

$$\underbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6}_{\text{Primeiro experimento}} \qquad \underbrace{\text{cara, coroa}}_{\text{Segundo experimento}}$$

Assim, o número de elementos de um espaço amostral é o número de resultados possíveis do experimento aleatório a que ele se refere.

Probabilidade

Supondo-se que todos os resultados de um experimento aleatório têm a mesma chance de ocorrer, a probabilidade de ocorrência de um deles é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis.

Por exemplo, se queremos saber a probabilidade **p** de, ao lançarmos um dado, obtermos um número par na face superior, temos

- número de casos possíveis no lançamento: 6 (pois correspondem ao espaço amostral, formado pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6);
- número de casos favoráveis: 3 (pois são os elementos 2, 4 e 6).

Então, a probabilidade **p** será:


©P. Imagens/ Ivonaldo Alexandre

$$p = \underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{Forma fracionária}} = \underbrace{0{,}5}_{\text{Forma decimal}} = \underbrace{50\%}_{\text{Forma percentual}}$$

A probabilidade de ocorrer determinado evento em um experimento aleatório é calculada pelo seguinte quociente:

$$\text{Probabilidade de um evento} = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}$$

Probabilidades obtidas por meio de frequência

Vimos como calcular a probabilidade de ocorrência de um evento por meio da contagem dos resultados possíveis e da comparação com o número de casos favoráveis. Essa forma de cálculo é chamada de **probabilidade clássica**.

Em algumas situações, entretanto, não é possível calcular todos os casos possíveis e todos os casos favoráveis de um evento. É isso o que ocorre, por exemplo, se quisermos saber a probabilidade de um acidente de trânsito resultar em pessoas feridas, ou o sucesso de um remédio em curar uma doença, ou a possibilidade de chover no próximo domingo. Essas situações dependem de muitos fatores que não podemos avaliar com precisão. Em casos como esses, podemos fazer uma estimativa da probabilidade de ocorrência com base na **frequência** com que o fato ocorreu durante um experimento ou observação.

Veja a seguir um exemplo.

©Shutterstock/BRG.photography

Um técnico de futebol quer escolher o cobrador oficial de pênaltis do time. Para isso, ele avaliou o desempenho de três jogadores em cobranças desse tipo, em partidas que já ocorreram.

- O jogador A realizou 10 cobranças de pênaltis no último ano e em 7 delas conseguiu fazer gol.
- O jogador B fez 11 gols nas 20 cobranças de pênaltis realizadas.
- O jogador C fez apenas 5 cobranças e acertou 4 delas.

Qual desses jogadores tem mais chances de fazer gol em uma cobrança de pênaltis?

Não é possível prever se um jogador vai acertar ou não um chute a gol. Porém, com base em resultados anteriores, podemos fazer uma estimativa de seu sucesso.

Entre os três jogadores que estão sendo avaliados, o número de cobranças realizadas é diferente em cada caso. Assim, devemos calcular a razão entre o número de gols realizados e a quantidade de cobranças feitas por jogador.

Jogador A: $\frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$

Jogador B: $\frac{11}{20} = 0,55 = 55\%$

Jogador C: $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

O jogador C é o que apresenta, entre os três, o melhor desempenho, pois tem um aproveitamento de 80%.

A probabilidade obtida por meio da análise da frequência de ocorrência de um evento em uma amostra é chamada de **probabilidade frequentista**.

Para obter uma estimativa mais precisa e mais realista por meio da probabilidade frequentista, é necessário realizar o mesmo experimento diversas vezes.

Agora, veja mais um exemplo.


©Shutterstock/Lii La

Júlio é gerente de um estacionamento próximo a um grande centro comercial. A rotatividade de carros é muito grande, mas ele já notou que a maior parte dos automóveis deixados no estacionamento é de cor preta, branca, prata, cinza ou vermelha.

Ele quer saber a probabilidade de aparecer um carro que não apresente uma dessas cores.

Uma das maneiras de calcular essa probabilidade envolveria saber quantos carros de outras cores há na cidade e aplicar a probabilidade clássica. Contudo, isso seria uma tarefa muito difícil, pois, dependendo das dimensões da cidade onde o estacionamento está localizado, pode haver uma quantidade muito grande de automóveis.

Júlio pode, então, observar uma amostra dos carros que são deixados no estacionamento e fazer uma estimativa por meio da aplicação da probabilidade frequentista.

Durante uma semana, ele observou os carros dos clientes e, depois, registrou em um quadro as quantidades de cada cor:

Cor	Quantidade
Preto	64
Branco	48
Prata	45
Cinza	36
Vermelho	24
Outras cores	8
Total	**225**

Com base nessas informações, é possível calcular a probabilidade frequentista de o carro de um cliente ser de determinada cor.

$P_{preto} = \frac{64}{225} \simeq 0{,}28$

$P_{cinza} = \frac{36}{225} = 0{,}16$

$P_{branco} = \frac{48}{225} \simeq 0{,}21$

$P_{vermelho} = \frac{24}{225} \simeq 0{,}11$

$P_{prata} = \frac{45}{225} = 0{,}2$

$P_{outro} = \frac{8}{225} \simeq 0{,}036$

A probabilidade de um cliente deixar no estacionamento um carro com uma cor diferente das mais comuns é de aproximadamente 3,6%.

Ao realizarmos um experimento aleatório sucessivas vezes, podemos calcular a **probabilidade frequentista** de determinado evento pelo quociente entre a quantidade de resultados que foram favoráveis ao evento e o total de repetições desse experimento aleatório.

$$\text{Probabilidade frequentista} = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{total de repetições}}$$

atividades