Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 09 / 11 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.
2) Compreender o conceito de razão..
3) Exercícios p/ aula – livro (págs 9 à 11)
4) Exercícios p/ casa – livro (págs44 à 46).
5) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Razão

Conceito de razão

Viagens de Gulliver

A primeira publicação do clássico da literatura universal *Viagens de Gulliver*, que até hoje encanta leitores jovens e adultos, foi em 1726. Nessa publicação, considerada sua obra-prima, o escritor inglês Jonathan Swift conta as fantásticas aventuras do médico Lemuel Gulliver, que, à procura de seu pai, naufraga em terras distantes e estranhas. No primeiro volume, de um total de quatro, Gulliver depara-se com os minúsculos habitantes do Reino de Lilliput, os quais têm, aproximadamente, $\frac{1}{12}$ de sua altura.

André Lemes. 2008. Digital.

De acordo com o texto, um cidadão de Lilliput tem $\frac{1}{12}$ da estatura de Gulliver. Isso significa que a estatura de Gulliver equivale a 12 vezes a altura de um cidadão de Lilliput. Considerando que a altura aproximada de Gulliver é de 1,80 m, podemos efetuar a seguinte operação para calcular a altura de um cidadão de Lilliput:

$$1{,}80 \text{ m} : 12 = 180 \text{ cm} : 12 = 15 \text{ cm}$$

A altura de um cidadão de Lilliput é de 15 cm. Note que, para compararmos a altura de Gulliver com a de um cidadão de Lilliput, podemos usar a fração $\frac{1}{12}$. Dessa maneira, temos:

$$\frac{1}{12} = \frac{\text{altura de um cidadão de Lilliput}}{\text{altura de Gulliver}}$$

Digitalizada com CamScanner

As frações que estabelecem uma relação de comparação entre duas grandezas ou a divisão entre duas grandezas são denominadas **razão**.

A razão entre dois números racionais **a** e **b**, expressos nessa ordem, em que o número **b** é diferente de zero, é o quociente indicado pela divisão do primeiro pelo segundo número, ou seja, $a : b = \frac{a}{b}$. Lemos: "**razão de a para b**" ou "**a está para b**" ou "**a para b**".

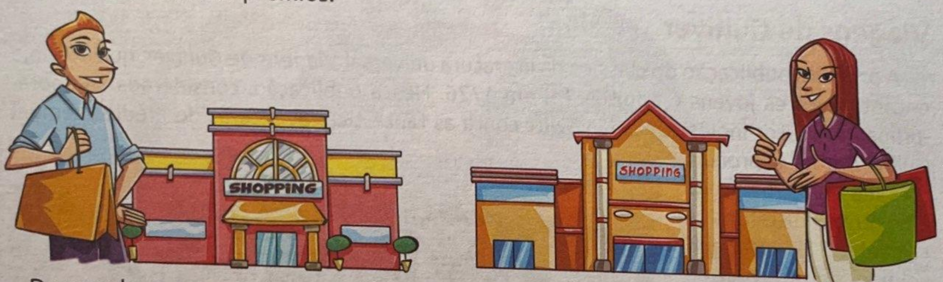
Os termos **a** e **b** são denominados, respectivamente, **antecedente** e **consequente** da razão. Veja:

a : b — Antecedente, Consequente   ou   a → Antecedente; b → Consequente

Quando **a** e **b** são medidas de grandezas da mesma espécie, tais grandezas devem ser escritas na mesma unidade de medida.

Veja a seguir mais um exemplo de comparação entre grandezas por meio de uma razão.

- Renan e Nicole estão participando da promoção de diferentes *shopping centers*, nos quais, a cada R$ 300,00 gastos em compras, o cliente tem direito a um cupom para concorrer ao sorteio de prêmios.



Diego Munhoz. 2014. Digital.

De acordo com o regulamento de cada promoção, será sorteado um único cupom entre todos os distribuídos. O *shopping* onde Nicole fez compras distribuiu 10 000 cupons e ela está participando com 10. Já o *shopping* onde Renan fez compras disponibilizou 4 000 e ele conseguiu 8 cupons.

Se entre 10 000 cupons distribuídos há 10 de Nicole, então a chance de ela ser sorteada é de 10 em 10 000, que podemos indicar pela fração $\frac{10}{10\,000}$, equivalente a $\frac{1}{1000}$.

Renan participa com 8 dos 4 000 cupons, ou seja, a chance de ser sorteado é de 8 em 4 000, que podemos indicar pela fração $\frac{8}{4\,000}$. Dividindo o numerador e o denominador por 4, obtemos $\frac{2}{1000}$.

Para sabermos quem tem mais chance de ser sorteado, comparamos por meio de uma fração o número de cupons de cada um com o número de cupons distribuídos pelo *shopping*. Veja:

$$\frac{\text{número de cupons de cada um}}{\text{número de cupons distribuídos pelo } \textit{shopping}}$$

Assim, Renan tem mais chances de ser sorteado, pois ele tem 2 chances em 1 000, enquanto Nicole tem 1 chance em 1 000.

Digitalizada com CamScanner

Razões especiais

Escalas

A cidade é pequena – são 3470 habitantes. Mas não é pacata, porque os moradores são enérgicos: fazem yoga ao ar livre, são entusiastas da feira orgânica local e usuários ativos da ciclovia que corta a cidade. Somam-se a isso fatos, no mínimo, inusitados, como o caso do protesto das vacas que não suportavam o barulho dos sinos que carregavam no pescoço e que, por essa razão, conquistaram o direito de usarem protetores auriculares.

O excêntrico município, que completou 35 anos em dezembro, chama-se parque Mini Mundo. Localizado em Gramado, o espaço [...] abriga mais de 200 réplicas de grandes pontos turísticos da arquitetura nacional e mundial – em miniaturas com tamanho 24 vezes menor do que os originais. [...]

A oficina do Mini Mundo é composta por 15 pessoas e orquestrada por Guilherme Höppner, que se formou em Engenharia Elétrica. Para que, por exemplo, a cópia do Museu do Ipiranga ficasse perfeita, foi preciso muito trabalho, dedicação e uma pitada de ousadia. Foram necessários seis meses para fazer somente o jardim – a imitação do chão de pedras foi realizada com micropedaços de mármore colados um a um. Além disso, para que o tom do amarelo dos dois prédios fosse o mesmo, Jussara aproveitou as obras que estavam sendo realizadas no local, coletando do chão uma lasquinha de reboco para orientar a elaboração da tonalidade da tinta.

SOARES, Iarema. *Obsessão pelos detalhes e muita imaginação*: a história do Mini Mundo de Gramado. Disponível em: <http://pioneiro.clicrbs.com.br/rs/cultura-e-tendencias/noticia/2019/02/obsessao-pelos-detalhes-e-muita-imaginacao-a-historia-do-mini-mundo-de-gramado-10696024.html>. Acesso em: 11 out. 2019.

©Shutterstock/Gregorio Koji

Divo Padilha. 2008. Digital.

Provavelmente, você já deve ter visto alguma maquete de perto. As maquetes reproduzem um projeto em miniatura. No Mini Mundo, em Gramado, no Rio Grande do Sul, vários edifícios mundialmente famosos são reproduzidos de maneira que suas medidas representem $\frac{1}{24}$ das medidas das construções originais.

As maquetes também são usadas por engenheiros, arquitetos e empresários para representar um projeto que ainda está em construção, a fim de que o cliente tenha uma imagem prévia e mais fiel possível do imóvel que pretende adquirir.

Digitalizada com CamScanner

Para a confecção de uma maquete, todas as medidas devem ser reduzidas conforme uma **escala**, a fim de conservar as formas e os ângulos presentes no projeto.

A **escala** é uma **razão** expressa pela relação entre o comprimento representado – em uma maquete, um desenho ou um mapa – e o comprimento real, na mesma unidade de medida.

$$\text{Escala} = \frac{\text{comprimento representado}}{\text{comprimento real}}$$

A réplica do Museu do Ipiranga que está em Gramado foi feita na escala 1 : 24, isto é, na razão de $\frac{1}{24}$.

O Museu do Ipiranga verdadeiro fica na cidade de São Paulo, e sua fachada apresenta 123 m de comprimento. Na réplica existente no Mini Mundo, a fachada deve ter a seguinte medida:

$$\frac{123\,\text{m}}{24} = 5{,}125\ \text{m}$$

A escala também é utilizada em mapas e plantas baixas, indicando a relação entre a medida representada no desenho e a medida real.

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 5. ed. Rio de Janeiro, 2009. Adaptação.

No mapa acima, a escala é de 1 : 55 000 000. Isso significa que, para cada 1 cm de distância representado no papel, são 55 000 000 cm de distância real.

Podemos calcular, por exemplo, a quantos quilômetros de distância real corresponde uma distância de 3 cm no mapa:

$$55\,000\,000\ \text{cm} \cdot 3 = 165\,000\,000\ \text{cm} = 1\,650\ \text{km}$$

Digitalizada com CamScanner

Densidade demográfica

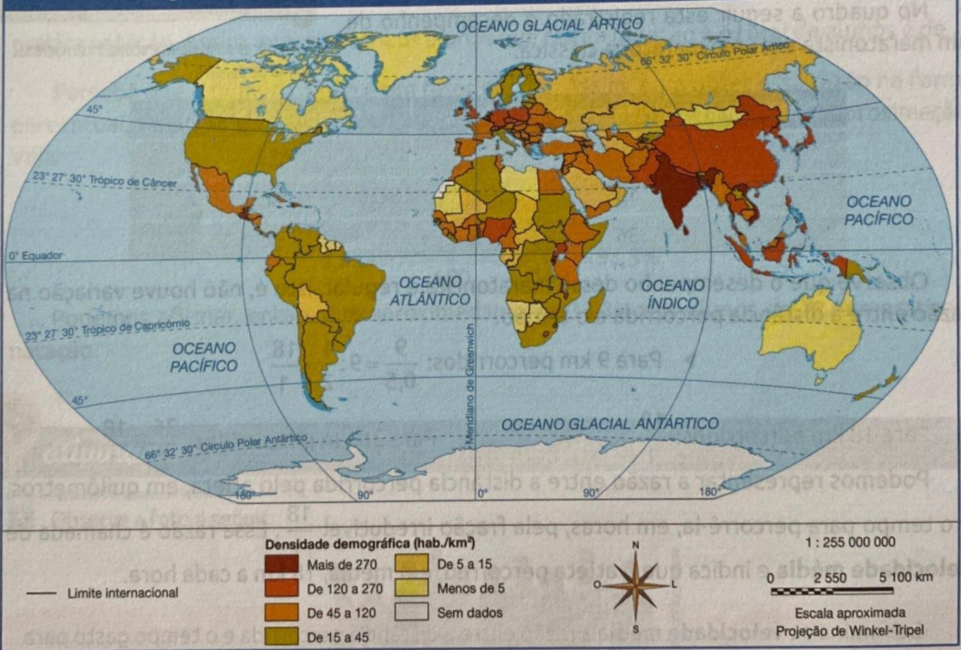
A densidade demográfica é uma forma de medir a concentração populacional em determinado território. A métrica mais comum é a razão entre número de habitantes e a área, em quilômetros quadrados.

A população total do Brasil em abril de 2019 é estimada em 209,7 milhões de pessoas. Que estão espalhadas de forma desigual pelo território de cerca de 8,5 milhões de km². O país, que é um dos mais populosos do mundo, tem uma densidade demográfica baixa se comparada à de outras nações. No Brasil, há grandes porções de terra com pouca gente, como a região amazônica. E áreas menores com muitos habitantes, como as metrópoles do Sudeste.

ALMEIDA, Rodolfo; ZANLORENSSI Gabriel. *Reconhece a cidade pela densidade demográfica?* Faça o teste. Disponível em: <https://www.nexojornal.com.br/interativo/2019/03/29/Reconhece-a-cidade-pela-densidade-demogr%C3%A1fica-Fa%C3%A7a-o-teste>. Acesso em: 11 out. 2019.

Observe o mapa a seguir, que mostra a densidade demográfica por países.

Densidade demográfica por países



Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 5. ed. Rio de Janeiro, 2009. Adaptação.

A densidade demográfica no Brasil é semelhante à dos Estados Unidos, da Argentina e da África do Sul. Alguns países, como o Canadá, têm uma concentração de pessoas ainda menor, porque, apesar de terem uma área muito grande, são constituídos de extensas regiões que apresentam clima muito rigoroso, aspecto que torna difícil a sobrevivência das pessoas. A Índia e a China têm populações imensas e, mesmo tendo enormes extensões territoriais, a densidade demográfica acaba sendo elevada.

Digitalizada com CamScanner

Denomina-se **densidade demográfica** (D) a razão entre o número de habitantes que ocupam uma região e a área dessa região.

$$D = \frac{\text{número de habitantes}}{\text{área da região ocupada}}$$

Uma cidade com 464 400 habitantes e com 6 450 km^2 de área, por exemplo, tem densidade demográfica de:

$$D = \frac{464400 \text{ hab.}}{6450 \text{ km}^2} = 72 \text{ hab.}/\text{km}^2$$

Ou seja, cada quilômetro quadrado é ocupado por 72 habitantes.

Velocidade média

A meia-maratona, cuja distância oficial do percurso total é 21 097 m, originou-se da clássica distância da maratona (42 195 m). O sucesso dessa modalidade se deve ao fato de atrair tanto os que disputam uma maratona quanto os não maratonistas, em virtude da distância intermediária.

©Shutterstock/Tibor'sPhoto

Corredores na Meia-Maratona Internacional do Rio de Janeiro

No quadro a seguir está registrado o desempenho de um maratonista em uma maratona clássica.

Distância percorrida (em quilômetros)	Tempo (em horas)
9	0,5
18	1
36	2

Observe que o desempenho desse maratonista é regular, isto é, não houve variação na razão entre a distância percorrida e o tempo.

- Para 9 km percorridos: $\frac{9}{0,5} = 9 : \frac{1}{2} = \frac{18}{1}$
- Para 18 km percorridos: $\frac{18}{1}$
- Para 36 km percorridos: $\frac{36}{2} = \frac{18}{1}$

Podemos representar a razão entre a distância percorrida pelo atleta, em quilômetros, e o tempo para percorrê-la, em horas, pela fração irredutível $\frac{18}{1}$. Essa razão é chamada de **velocidade média** e indica que o atleta percorreu, em média, 18 km a cada hora.

Denomina-se **velocidade média** a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo}}$$

Veja, por exemplo, a velocidade média de um automóvel que percorreu 400 km em 4 horas:

$$\text{Velocidade média} = \frac{400 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 100 \text{ km/h}$$

A velocidade média desse automóvel foi de 100 quilômetros por hora.

Digitalizada com CamScanner

Razões escritas na forma de porcentagem

Na escola em que Luiz estuda, 2 em cada 5 alunos matriculados no 7º ano praticam futebol e 1 em cada 4 alunos pratica voleibol.

A razão correspondente aos alunos que praticam futebol é igual a $\frac{2}{5}$. Essa razão também pode ser escrita, de maneira equivalente, como $\frac{40}{100}$ ou, na forma decimal, 0,40. Isso significa que, se 100 alunos estivessem matriculados no 7º ano, então 40 deles praticariam futebol.

A razão escrita na forma percentual (isto é, cujo consequente é igual a 100) correspondente aos alunos que praticam voleibol é de $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}$. Logo, em relação ao total de alunos matriculados no 7º ano, $\frac{25}{100}=25\%$ praticam voleibol.

Podemos escrever na forma de **porcentagem** (%) qualquer razão $\frac{a}{b}$ em que $b = 100$.

Agora, considere que 1 em cada 3 alunos matriculados no 7º ano dessa mesma escola pratica natação. Assim, a razão entre os alunos que fazem natação e o total de alunos é de $\frac{1}{3}$.

Perceba que o número 3 não é um fator de 100. Assim, para obter essa razão na forma percentual, é necessário passá-la para a forma decimal antes, mediante uma aproximação. Veja:

$$\frac{1}{3}\simeq 0,333$$

$$0,333=\frac{0,333\cdot 100}{100}=\frac{33,3}{100}=33,3\%$$

Podemos afirmar, então, que aproximadamente 33,3% dos alunos do 7º ano praticam natação.

Digitalizada com CamScanner

atividades

Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 12 / 11 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.
2) Compreender o conceito de proporção..
3) Exercícios p/ aula – livro (pág 16)
4) Exercícios p/ casa – livro (págs 52 n° 28).
5) Autocorreção das atividades.

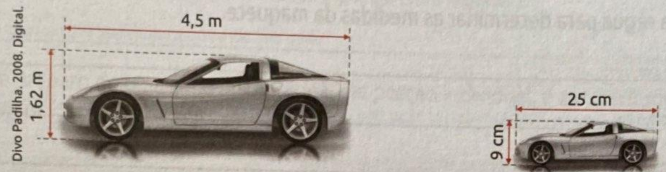
Bom estudo!! **Saudades!!!**

Proporcionalidade

Ideia de proporcionalidade

A arte das miniaturas vem ganhando mercado e conquistando a atenção de crianças e a admiração de jovens e adultos.

A imagem da esquerda mostra as medidas de um automóvel esportivo, e a da direita apresenta as medidas de uma miniatura desse modelo. Observe.



Divo Padilha. 2008. Digital.

Vamos registrar as razões entre as medidas da miniatura e as respectivas medidas reais do carro:

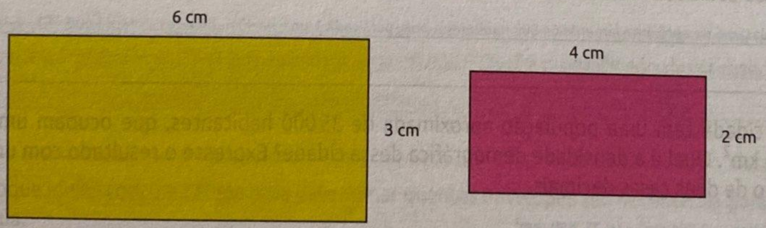
Comprimento (em cm)	Altura (em cm)
$\frac{25}{450} = \frac{1}{18}$	$\frac{9}{162} = \frac{1}{18}$

Observando as frações irredutíveis, podemos escrever que:

$$\frac{25}{450} = \frac{9}{162}$$

Quando duas razões são equivalentes, dizemos que elas formam uma **proporção**.

Observe as medidas indicadas nos retângulos a seguir.



As razões entre as medidas do retângulo maior e as respectivas medidas do retângulo menor são:

$$\text{Largura: } \frac{6\text{ cm}}{4\text{ cm}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Altura: } \frac{3\text{ cm}}{2\text{ cm}} = \frac{3}{2}$$

Como as razões são iguais, as medidas dos dois retângulos são proporcionais.

Digitalizada com CamScanner

Dizemos que quatro números racionais **a**, **b**, **c** e **d**, diferentes de zero, nessa ordem, são proporcionais quando:

Extremos

Meios

$$a : b = c : d \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Lemos: "**a** está para **b** assim como **c** está para **d**".

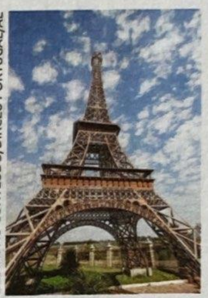
Na proporção $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, por exemplo, temos que:

- 2, 3, 4 e 6 são denominados **termos da proporção**;
- 3 e 4 são os **meios** e 2 e 6 são os **extremos**.

Propriedade fundamental das proporções

A paixão por Paris fez com que o empresário Edson Ferracin financiasse a construção de uma réplica do principal cartão-postal francês na cidade onde mora, no noroeste do Paraná. A Torre Eiffel de Umuarama equivale a 10% da original, tem a altura de um edifício de 11 andares e custou R$ 180 mil.

AUST, Willian. *9 réplicas de monumentos famosos que merecem ser conhecidas*. Disponível em: <https://www.megacurioso.com.br/lugares-surpreendentes/100500-9-replicas-de-monumentos-famosos-que-merecem-ser-conhecidas.htm>. Acesso em: 12 nov. 2019.



©ESTADÃO CONTEÚDO/DIRCEU PORTUGAL/AE

A Torre Eiffel, na França, mede 324 m de altura, e a largura de sua base quadrada mede 125 m. A réplica construída em Umuarama tem 10% do tamanho da torre original.

Calculando as medidas da réplica, temos:

Altura: 324 m

10% de 324 = $0{,}10 \cdot 324 = 32{,}4$ m

Largura da base: 125 m

10% de 125 = $0{,}10 \cdot 125 = 12{,}5$ m

A proporção entre as medidas da torre original e as da brasileira é: $\frac{324}{32{,}4} = \frac{125}{12{,}5}$.

Observe que, multiplicando-se os extremos entre si e os meios entre si, os produtos são iguais, pois $324 \cdot 12{,}5 = 4\,050$ e $32{,}4 \cdot 125 = 4\,050$.

Propriedade fundamental das proporções: em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Exemplo:

Na proporção $\frac{3}{7} = \frac{12}{x}$, podemos aplicar a propriedade fundamental das proporções para calcular o valor de **x**:

$$\frac{3}{7} = \frac{12}{x} \rightarrow 3 \cdot x = 7 \cdot 12 \rightarrow 3x = 84 \rightarrow x = \frac{84}{3} \rightarrow x = 28$$

Digitalizada com CamScanner

Outras propriedades das proporções

Para fazer um perfume, é preciso misturar essências com diluentes na proporção de 3 para 5. Vamos calcular quantos mililitros de essências e de diluentes são necessários para fazer 1,2 L de perfume. 2 Sugestão de encaminhamento.

Veja a seguir a tabela com as quantidades de cada substância e o volume total de perfume obtido, considerando-se a mesma proporção entre as substâncias.

Essências	3 L	0,3 L	0,6 L	0,03 L	0,06 L	0,09 L	0,18 L	0,36 L	0,45 L
Diluentes	5 L	0,5 L	1,0 L	0,05 L	0,1 L	0,15 L	0,3 L	0,6 L	0,75 L
Volume total de perfume	8 L	0,8 L	1,6 L	0,08 L	0,16 L	0,24 L	0,48 L	0,96 L	1,2 L

Assim, para fazer 1,2 L de perfume, são necessários 0,45 L = 450 mL de essências e 0,75 L = 750 mL de diluentes.

Sejam **a**, **b**, **c** e **d** valores da tabela que formam uma proporção, vamos verificar a validade das seguintes relações:

- **1ª relação:** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

  Exemplo: $\frac{3}{5}=\frac{0,3}{0,5} \rightarrow \frac{3+5}{5}=\frac{0,3+0,5}{0,5} \rightarrow \frac{8}{5}=\frac{0,8}{0,5}$

- **2ª relação:** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

  Exemplo: $\frac{3}{5}=\frac{0,3}{0,5} \rightarrow \frac{3-5}{5}=\frac{0,3-0,5}{0,5} \rightarrow -\frac{2}{5}=-\frac{0,2}{0,5}$

- **3ª relação:** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

  Exemplo: $\frac{3}{5}=\frac{0,3}{0,5}=\frac{3+0,3}{5+0,5}=\frac{3,3}{5,5}$

- **4ª relação:** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$

  Exemplo: $\frac{3}{5}=\frac{0,3}{0,5}=\frac{3-0,3}{5-0,5}=\frac{2,7}{4,5}$

Em toda proporção, a soma (ou a diferença) dos dois termos de uma razão está para o primeiro (ou para o segundo) termo assim como a soma (ou a diferença) dos dois termos da outra razão está para o terceiro (ou o quarto) termo.

Algebricamente, temos:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c} \\ \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d} \end{cases} \qquad \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c} \\ \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d} \end{cases}$$

Em toda proporção, a soma (ou a diferença) dos antecedentes está para a soma (ou a diferença) dos consequentes assim como cada antecedente está para seu consequente. De forma geral, temos:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d} \qquad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$$

Digitalizada com CamScanner