Colégio Evangélico Almeida Barros

Data: 05 / 11 / 2020

Profª Beatriz Bento

Aluno(a): ____

Disciplina: Matemática **7º ANO**

Roteiro do dia

1) Oração e boas – vindas.

2) Compreender o conceito de unidade de medida de superfície, estimar e calcular áreas de regiões planas.

3) Exercícios p/ aula – livro (págs 72, 73, 75, 80 e 81)

4) Autocorreção das atividades.

Bom estudo!! **Saudades!!!**

Medidas de superfície

Na natureza, há uma infinidade de coisas que podem ser medidas sob os mais diferentes aspectos. Medir é uma atividade constante em nosso dia a dia. A todo instante, mesmo quando não percebemos, estamos fazendo medições, como no caso das situações em que, por exemplo, comparamos a própria altura com a de um amigo, enchemos determinado recipiente com água ou estimamos o tempo que falta para o início de um evento.

Ilustrações: Diego Munhoz. 2014. Digital.

Denomina-se **grandeza** tudo aquilo a que se pode atribuir uma medida.

Medir é comparar uma grandeza com outra de mesma natureza usando uma delas como referência.

Você deve lembrar que uma superfície é toda região que podemos medir de duas maneiras diferentes. Por exemplo, ao tirar as medidas do tampo de uma mesa, encontramos dois valores: o do comprimento e o da largura.

Para saber a medida da superfície do topo da mesa, comparamos essa grandeza com outra superfície, chamada centímetro quadrado.

O centímetro quadrado é um quadrado com 1 cm de lado, como o que está representado ao lado:

Além do centímetro quadrado, são usadas outras grandezas de referência para medir superfícies muito grandes ou muito pequenas. São o metro quadrado, o quilômetro quadrado, o milímetro quadrado, e assim por diante.

Unidades de medida de superfície

No sistema métrico decimal, a unidade-padrão de medida de superfície é o **metro quadrado (m^2)**, que corresponde à área ocupada por um quadrado com 1 m de lado.

Quando as superfícies a serem medidas são muito maiores ou muito menores que o metro quadrado, são utilizados seus múltiplos ou seus submúltiplos.

Múltiplos da unidade-padrão			Unidade-padrão	Submúltiplos da unidade-padrão		
Quilômetro quadrado	Hectômetro quadrado	Decâmetro quadrado	**Metro quadrado**	Decímetro quadrado	Centímetro quadrado	Milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

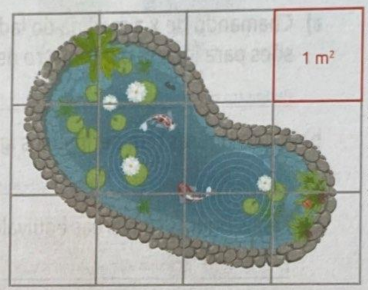
Nesse quadro, da esquerda para a direita, cada unidade de medida é 100 vezes a unidade seguinte. Na direção oposta, isto é, da direita para a esquerda, cada unidade representa um centésimo da unidade seguinte.

- **1 decâmetro quadrado** $= 100 \times 1\ m^2 = 100\ m^2$
- **1 hectômetro quadrado** $= 10\ 000 \times 1\ m^2 = 10\ 000\ m^2$
- **1 quilômetro quadrado** $= 1\ 000\ 000 \times 1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$
- **1 decímetro quadrado** $= \frac{1}{100}$ de $m^2 = 0{,}01 \times 1\ m^2 = 0{,}01\ m^2$
- **1 centímetro quadrado** $= \frac{1}{10\ 000}$ de $m^2 = 0{,}0001 \times 1\ m^2 = 0{,}0001\ m^2$
- **1 milímetro quadrado** $= \frac{1}{1\ 000\ 000}$ de $m^2 = 0{,}000001 \times 1\ m^2 = 0{,}000001\ m^2$

Cálculo da área de figuras planas

Estimativa de áreas

Já vimos que, para calcularmos a área de uma figura plana, comparamos a figura com uma unidade de medida de área e verificamos quantas vezes essa unidade cabe dentro da figura.

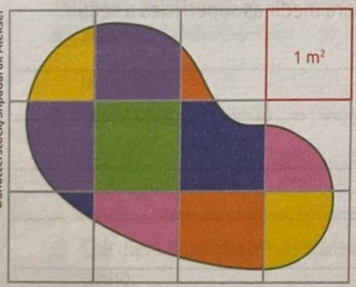


©Shutterstock/Shpadaruk Aleksei

Quando as figuras planas têm formatos irregulares, podemos fazer uma estimativa dessa área e obter um valor aproximado.

Observe a figura de um laguinho de jardim. Como podemos estimar sua área?

Utilizando um quadriculado para dividir o lago em espaços com 1 m², verificamos que, juntando partes da figura, podemos formar áreas com essa medida. Veja:



©Shutterstock/Shpadaruk Aleksei

Área verde: 1 m²

Soma das áreas laranja: aproximadamente 1 m²

Soma as áreas azuis: aproximadamente 1 m²

Soma das áreas cor-de-rosa: aproximadamente 1 m²

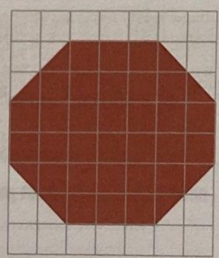
Soma das áreas amarelas: aproximadamente 1 m²

Soma das áreas roxas: aproximadamente 1,5 m²

Assim, podemos afirmar que esse lago tem aproximadamente 6,5 m² no total.

Usando uma malha quadriculada, é possível determinar a área exata ou aproximada de uma figura.

Veja a seguir mais um exemplo.



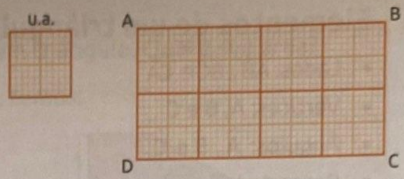
Considerando que cada quadradinho tem 0,25 cm² de área, qual é a área total deste octógono?

O octógono cobre 30 quadradinhos completos e mais 8 metades, totalizando 34 quadradinhos.

Portanto, a área total é exatamente: $A = 34 \cdot 0,25 = 8,5\,cm^2$

Área do retângulo

O retângulo ABCD foi desenhado sobre papel milimetrado, o que vai nos ajudar a calcular sua área. Um dos quadrados da malha milimetrada foi destacado para indicar a unidade de área que será utilizada.



Considerando que o quadrado destacado tem 1 cm de lado, podemos afirmar que a área do retângulo é 8 cm^2, pois em seu interior cabem 8 quadradinhos de 1 cm^2.

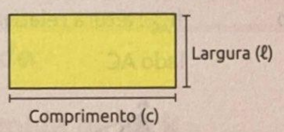
Também podemos considerar que a altura do retângulo corresponde a 2 quadrados com 1 cm de lado e o comprimento equivale a 4 quadrados com 1 cm de lado, ou seja, são 4 colunas com 2 quadradinhos de 1 cm^2 em cada uma. Assim, temos:

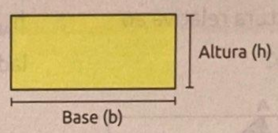
Área = $4\ cm \cdot 2\ cm = 8\ cm^2$

Também podemos calcular essa área em milímetros quadrados. Considerando que o quadrado destacado tem 10 mm de lado, podemos dizer que a área do retângulo ABCD é:

Área = $40\ mm \cdot 20\ mm = 800\ mm^2$

A área de um retângulo pode ser obtida multiplicando-se as medidas de suas dimensões, que são comprimento e largura, ou, respectivamente, base e altura.





Área (A) da superfície de um retângulo:

comprimento (c) · largura (ℓ)

Notação algébrica: $A = c \cdot \ell$

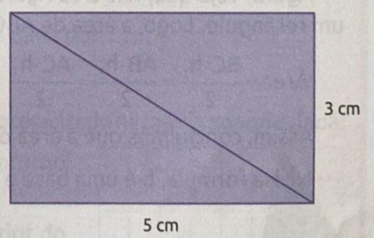
Área (A) da superfície de um retângulo:

base (b) · altura (h)

Notação algébrica: $A = b \cdot h$

Área do triângulo

Podemos encontrar uma fórmula para o cálculo da área do triângulo retângulo fazendo uma relação com a área do retângulo.



Ao traçarmos a diagonal de um retângulo, ele fica repartido em dois triângulos iguais, como na figura ao lado. A área do retângulo é:

$5\ cm \cdot 3\ cm = 15\ cm^2$

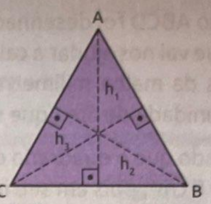
A área de cada um dos triângulos é a metade da área do retângulo. Então:

$15 : 2 = 7{,}5\ cm^2$

A fórmula para o cálculo da área do retângulo é dada por $b \cdot h$. Com base nela, podemos escrever uma fórmula para o cálculo da área do triângulo retângulo. Veja:

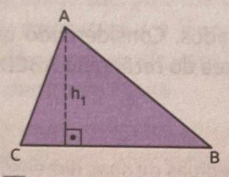
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Elementos de um triângulo qualquer



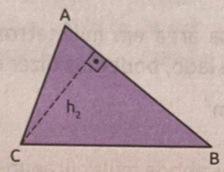
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$
- Vértices: A, B e C
- Ângulos: $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$
- Bases do triângulo: qualquer um de seus lados.
  Nesse caso, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ são bases de ABC.
- Altura do triângulo: distância entre um dos vértices e o lado oposto a ele.
  Nesse caso, h_1, h_2 e h_3 são as alturas de ABC.

Todo triângulo tem três alturas. Cada uma delas é relativa ao lado considerado como base. No triângulo ABC abaixo, observe os três pares de base considerados e as respectivas alturas.



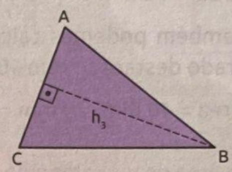
$\overline{BC}$: base do triângulo

h_{BC}: altura relativa ao lado BC



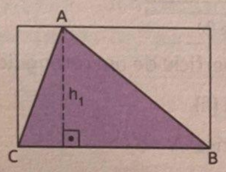
$\overline{AB}$: base do triângulo

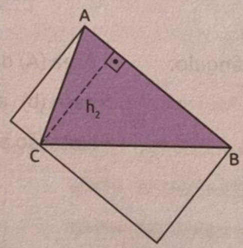
h_{AB}: altura relativa ao lado AB

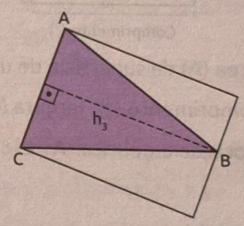


$\overline{CA}$: base do triângulo

h_{AC}: altura relativa ao lado AC







Agora, veja que, nas três figuras, o triângulo ABC compreende exatamente a metade de um retângulo. Logo, a área de ABC pode ser escrita de três maneiras:

$$\text{Área} = \frac{BC \cdot h_1}{2} = \frac{AB \cdot h_2}{2} = \frac{AC \cdot h_3}{2}$$

Assim, concluímos que a área de um triângulo qualquer é calculada por $A = \frac{b \cdot h}{2}$.

Nessa fórmula, **b** é uma base e **h** é a altura relativa a essa base.

Área por decomposição de figuras

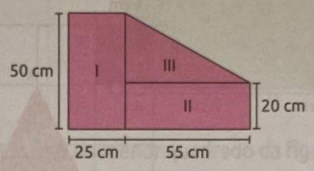
Muitas figuras geométricas podem ser decompostas em triângulos e retângulos. Assim, podemos decompor a figura original nesses polígonos, calcular as áreas deles separadamente e, depois, somar (ou subtrair) os resultados para determinar a área da figura. Veja a seguir alguns exemplos.

Exemplo 1

A figura a seguir é composta de dois retângulos e um triângulo. Qual é sua área?

Calculando separadamente as áreas dos polígonos, temos:

Área I: $25 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 1\,250 \text{ cm}^2$



Área II: $20 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} = 1\,100 \text{ cm}^2$

Área III: $\dfrac{30 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm}}{2} = \dfrac{1\,650 \text{ cm}^2}{2} = 825 \text{ cm}^2$

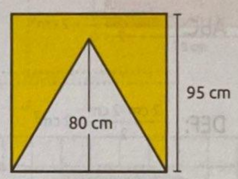
Área total:

$1250 \text{ cm}^2 + 1\,100 \text{ cm}^2 + 825 \text{ cm}^2 = 3\,175 \text{ cm}^2$

Exemplo 2

A figura a seguir é formada por um quadrado menos a área de um triângulo equilátero. Qual é a área da parte pintada de amarelo?

Área do quadrado: $95^2 = 9\,025 \text{ cm}^2$



Área do triângulo: $\dfrac{95 \cdot 80}{2} = \dfrac{7\,600}{2} = 3\,800 \text{ cm}^2$

Área da parte pintada: $9\,025 - 3\,800 = 5\,225 \text{ cm}^2$

conectado

Fórmula de Pick

O matemático italiano Georg Alexander Pick deduziu, no fim do século XIX, uma maneira simples de calcular a área de qualquer polígono que esteja desenhado em uma malha quadriculada e cujos vértices sejam pontos dessa malha.

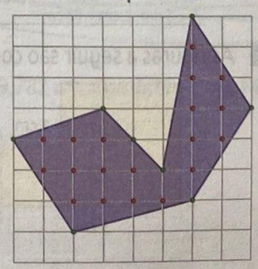
Basicamente, devemos contar a quantidade de intersecções da malha que estão sobre o contorno do polígono, incluindo os vértices. Vamos chamar essa quantidade de **c**.

Depois, precisamos contar quantas intersecções da malha estão no interior do polígono. Vamos chamar essa quantidade de **i**.

Assim, pela fórmula de Pick, a área desse polígono é dada por:

$$\text{Área} = \frac{c}{2} + i - 1$$

Por exemplo, vamos calcular a área deste polígono representado na malha quadriculada:



Primeiro, contamos as intersecções da malha no contorno do polígono (c): 8 pontos.

Depois, contamos as intersecções da malha no interior do polígono (i): 19 pontos.

$$\text{Área} = \frac{c}{2} + i - 1 =$$

$$= \frac{8}{2} + 19 - 1 =$$

$$= 4 + 18 = 22$$

A área desse polígono é igual a 22 unidades.