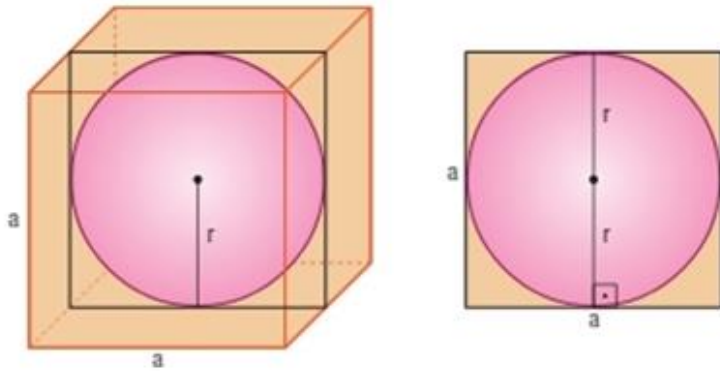


Inscrição e Circunscricão de Sólidos

CEAB - 3º Ano

Cubo e Esfera

Uma esfera está inscrita em um poliedro quando tangencia todas as faces desse poliedro.



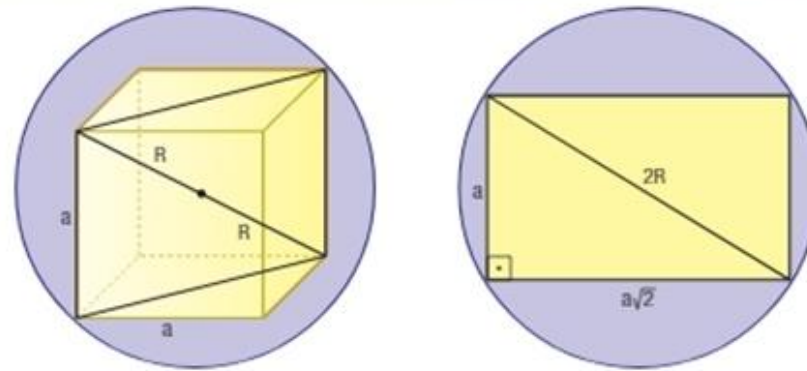
O diâmetro da esfera é igual à medida das arestas do cubo. Assim:

$$2r = a \rightarrow r = \frac{a}{2}$$

Exemplo: Aresta = 24cm.

$$r = \frac{24}{2} \rightarrow r = 12$$

Uma esfera está circunscrita a um poliedro quando todos os vértices desse poliedro pertencem à superfície da esfera.



A aresta do cubo, a diagonal de uma das faces e a diagonal do cubo, que coincide com o diâmetro da esfera, formam um triângulo retângulo. Assim:

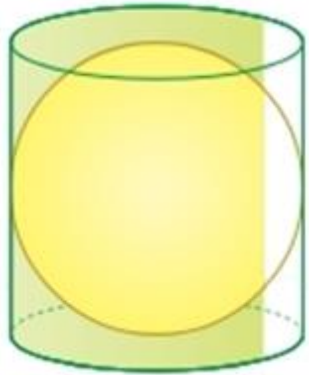
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Exemplo: Aresta = 24cm.

$$R = \frac{24\sqrt{3}}{2} \rightarrow R = 12\sqrt{3}$$

Cilindro Reto e Esfera

Uma esfera inscrita em um cilindro reto tangencia suas bases e todas as geratrizes.



Exemplo:

Mostre que a razão entre o volume de um cilindro e o da esfera nele inscrita é $3/2$ e que essa também é a razão entre as áreas de suas superfícies.

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{2r^3}{4r^3} \cdot 3$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{\pi r^2 h}{4\pi r^3} \cdot 3$$

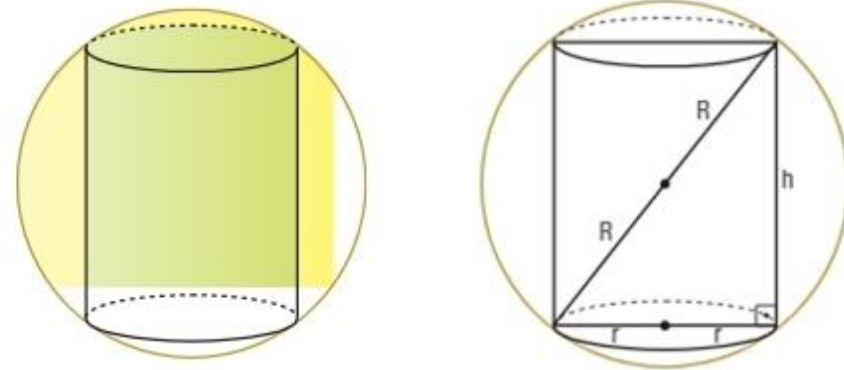
$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{2}{4} \cdot 3$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{\pi r^2 2r}{4\pi r^3} \cdot 3$$

$$\frac{V_c}{V_e} = 2 \cdot \frac{3}{4}$$

Quando uma esfera está circunscrita a um cilindro reto, as circunferências das bases desse cilindro estão contidas na superfície da esfera.



A altura do cilindro, o diâmetro da base do cilindro e o diâmetro da esfera formam um triângulo retângulo.

$$(2R)^2 = h^2 + (2r)^2$$

Continuação no próximo slide

Razão entre as áreas da superfície

$$\frac{A_c}{A_e} = \frac{2\pi r^2 + 2\pi r h}{4\pi r^2}$$

$$\frac{A_c}{A_e} = \frac{2\pi r^2 + 2\pi r * 2r}{4\pi r^2}$$

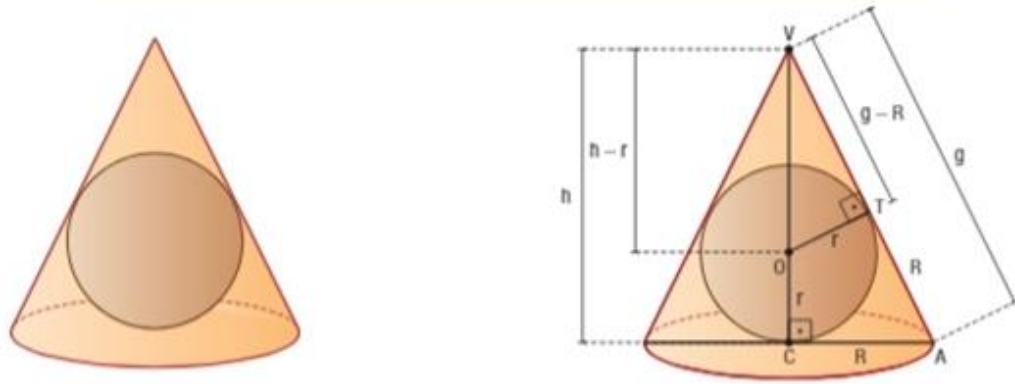
$$\frac{A_c}{A_e} = \frac{2\pi r^2 + 4r^2\pi}{4\pi r^2}$$

$$\frac{A_c}{A_e} = \frac{6\pi r^2}{4\pi r^2}$$

$$\frac{A_c}{A_e} = \frac{3}{2}$$

Cone Reto e Esfera

Uma esfera inscrita em um cone reto tangencia sua base e todas as geratrizes

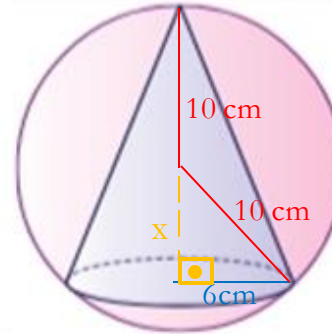


Observe que os triângulos VCA e VTO são semelhantes. Assim:

$$\frac{VC}{VT} = \frac{VA}{VO} = \frac{CA}{TO}$$

$$\frac{h}{g-R} = \frac{g}{h-r} = \frac{R}{r}$$

Quando uma esfera está circunscrita a um cone reto, a circunferência da base desse cone está contida na superfície da esfera.



Exemplo:

Em uma esfera de raio 10 cm, está inscrito um cone reto cuja base tem raio 6 cm. Qual é o volume do cone?

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_c = \frac{648\pi}{3}$$

$$V_c = \frac{\pi * 6^2 * 18}{3}$$

$$V_c = 216\pi$$

$$V_c = \frac{\pi * 36 * 18}{3}$$

$$10^2 = x^2 + 6^2$$

$$100 = x^2 + 36$$

$$x^2 = 100 - 36$$

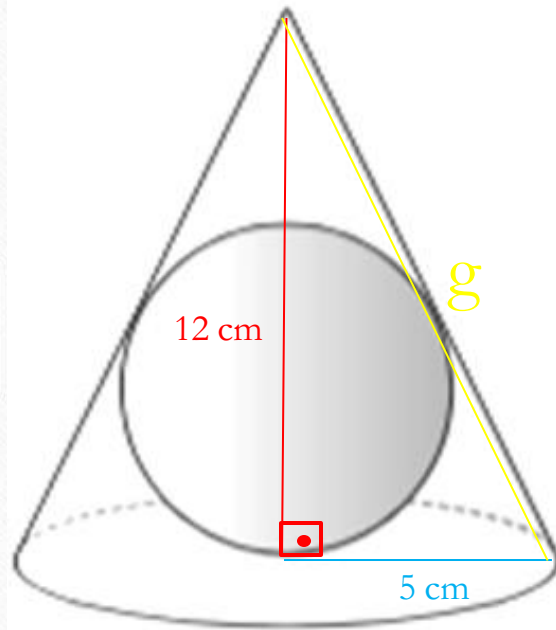
$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64}$$

$$x = 8$$

Exemplo

Em um cone reto de altura 12 cm e base com raio de 5 cm é inscrita uma esfera. Qual é a medida do raio da esfera?



$$\begin{aligned}g^2 &= 12^2 + 5^2 \\g^2 &= 144 + 25 \\g^2 &= 169 \\g &= \sqrt{169} \\g &= 13\end{aligned}$$

$$\frac{h}{g-R} = \frac{R}{r}$$

$$\frac{12}{13-5} = \frac{5}{r}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{5}{r}$$

$$12r = 40$$

$$r = \frac{40}{12}$$

→

$$r = \frac{10}{3}$$

Exercícios

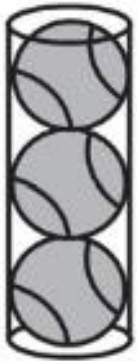
Apostila – Volume 12: Pág 36

- 1) Em cada item, calcule o que for solicitado.
 - a) A área total de um cubo inscrito em uma esfera de raio 15.
 - b) O volume de um cubo circunscrito a uma esfera de raio 3.
 - c) A área da superfície de uma esfera que circunscreve um cilindro reto de altura 9 e raio da base 6.
 - d) O volume de um cilindro circunscrito a uma esfera de raio 5.
 - e) O volume de uma esfera inscrita em um cone reto de altura 8 e diâmetro da base 12.
 - f) A área da superfície de uma esfera que circunscreve um cone reto de altura 18 e raio da base 12.

- 2) Uma esfera de raio 4 está inscrita em um cone equilátero. Calcule a razão entre o volume da esfera e o do cone.

Exercícios

3) (FGV – RJ) Em uma lata cilíndrica fechada de volume $5\,175\text{ cm}^3$, cabem exatamente três bolas de tênis.



- a) Calcule o volume da lata não ocupado pelas bolas.
- b) Qual é a razão entre o volume das três bolas e o volume da lata?

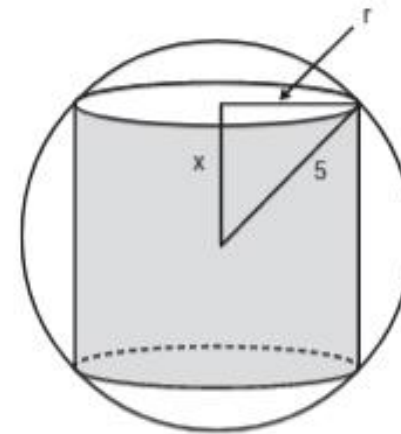
Apostila – Volume 12: Pág 37

6) (UECE) Um cone circular reto está inscrito em uma esfera, isto é, o vértice do cone e a circunferência que delimita sua base estão sobre a esfera. Se a medida do raio da esfera é 3 m e se a medida da altura do cone é igual a $\frac{2}{3}$ da medida do diâmetro da esfera, então o volume do cone, em m^3 , é

- a) $\frac{32\pi}{3}$.
- b) $\frac{28\pi}{3}$.
- c) $\frac{26\pi}{3}$.
- d) $\frac{22\pi}{3}$.

Apostila – Volume 12: Pág 38

8) (UFPR) Um cilindro de raio r está inscrito em uma esfera de raio 5 , como indica a figura abaixo. Obtenha o maior valor de x , de modo que o volume desse cilindro seja igual a 72π



- a) $\sqrt{13} - 2$.
- b) 3 .
- c) $3\sqrt{2}$.
- d) $2\sqrt{5}$.
- e) 4 .

- ❖ Os exercícios deverão ser feitos na apostila, caso não possua, continue resolvendo no caderno;
- ❖ Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- ❖ Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!