Logaritmo

CEAB - 1º Ano

Logaritmo

Dados os números reais positivos a e b, com $a \neq 1$, denomina-se logaritmo de b na base a o número real x tal que $a^x = b$, ou seja:

Logaritmando

$$\log_a b = x \quad \leftrightarrow \quad a^x = b$$

Base do Logaritmo

Logaritmo

Exemplos:

- $\log_2 16 = 4 \rightarrow 2^4 = 16$
- $\log_3 243 = 5 \rightarrow 3^5 = 243$
- $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2 \rightarrow 5^{-2} = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- $\log_7 1 = 0$

$7^0 = 1$

Características do Logaritmo

- O logaritmando deve ser um número positivo. → $\log_2 (x+1)$ → $x+1>0$ → $x>-1$
- A base deve ser um número positivo e diferente de 1.
- Os logaritmos cuja base é 10 são denominados logaritmos decimais. Por ser a base mais utilizada, pode-se omitir sua escrita. Assim, o logaritmo de b na base 10 é representado por: $\log_{10} b$ ou $\log b$. → $\log_{10} 2 = \log 2$
- $\log_a a = 1$ → $\log_3 3 = 1$
- $\log_a a^n = n$ → $\log_5 5^2 = 2$
- $a^{\log_a b} = a^x = b$ → $2^{\log_2 5} = 5$
- $\log_a 1 = 0$ → $\log_3 1 = 0$
- $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ → $\log_2 5 = \log_2 3 \leftrightarrow 5 = 3$

→ $\log_{(x-2)} (x+1)$

$\{ x+1 > 0 \rightarrow x > -1$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \rightarrow x > 2 \\ x + 2 \neq 1 \rightarrow x \neq 3 \end{cases}$$

Exemplos

Calcule os seguintes logaritmos:

a) $\log_2 128$

b) $\log_{\frac{1}{9}} 27$

c) $\log_{\sqrt[3]{5}} 25$

d) $\log_7 7$

e) $\log_{\sqrt{3}} 1$

f) $\log_8 16$

a) $2^x = 128$

$2^x = 2^7$

$\boxed{x = 7}$

b) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 27$

$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^3$

$\left(\frac{1}{3^2}\right)^x = 3^3$

$(3^{-2})^x = 3^3$

$\cancel{3}^{-2x} = \cancel{3}^3$

$-2x = 3$

$\boxed{x = \frac{-3}{2}}$

c) $(\sqrt[3]{5})^x = 25$

$(5^{1/3})^x = 25$

$(5^{1/3})^x = 5^2$

$5^{1/3x} = 5^2$

$\frac{1x}{3} = 2$

$\boxed{x = 6}$

d) $7^x = 7^1$

$$\boxed{x = 1}$$

e) $(\sqrt{3})^x = 1$

$$\boxed{x = 0}$$

f) $8^x = 16$

$8^x = 2^4$

$(2^3)^x = 2^4$

$2^{3x} = 2^4$

$3x = 4$

$$\boxed{x = \frac{4}{3}}$$

Exercícios

Apostila – Volume 4: Pág 7.

1) Assinale V se a afirmação for verdadeira e F se for falsa.

a) ( ) $\log_5 625 = 4$

b) ( ) $\log 1 = 0$

c) ( ) $\log(-100) = -2$

2) Calcule os logaritmos a seguir.

a) $\log_3 \sqrt{3}$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

c) $\log_{0,25} 0,5$

d) $\log_4 2\sqrt{2}$

e) $\log 0,00001$

f) $\log_{25} 125$

3) Calcule o valor das seguintes expressões: (Dica: Calcule cada logaritmo individualmente, depois substitua o valor na equação).

a) $\log_2 0,5 + 2 \cdot \log_3 \sqrt{3} + 3 \cdot \log_{0,1} 0,001 + 4 \cdot \log_4 8 + 5 \cdot \log_3 \sqrt[5]{27}$

b) $7^{\log_7 3} - 2^{1+\log_2 5} + 27^{\log_3 2}$

Exercícios

Apostila – Volume 4: Pág 8.

4) Para quais valores de x existe cada um dos logaritmos a seguir?

a) $\log_3(x-2)$

b) $\log_{0,5}(10-2x)$

c) $\log_{x+1}(3-x)$

5) Para quais valores de x cada uma das igualdades a seguir é verdadeira?

a) $\log_5(x^2-6x+9)=0$

b) $\log_{2x}(x^2-8)=1$

- Os exercícios deverão ser feitos na apostila, caso não possua, continue resolvendo no caderno;

- Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;

- Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!