

Geometria Analítica 2

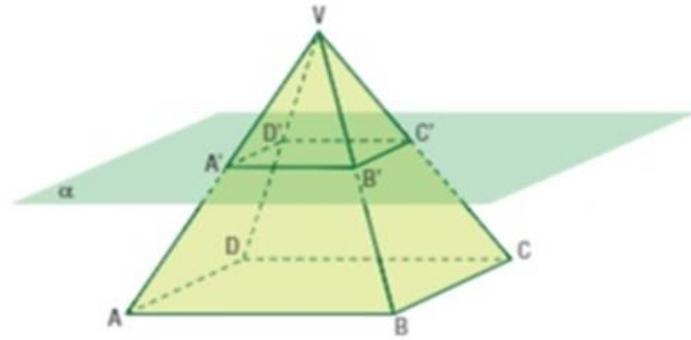
Tronco de Pirâmide

CEAB - 3º Ano

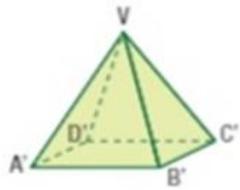
Tronco de Pirâmide

Quando uma pirâmide é seccionada por um plano paralelo à base, ficam determinados dois sólidos:

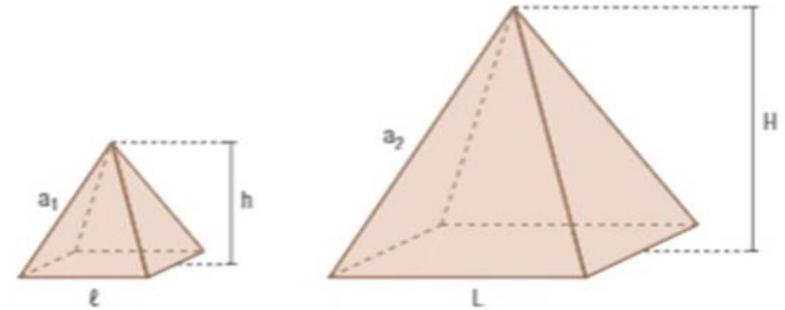
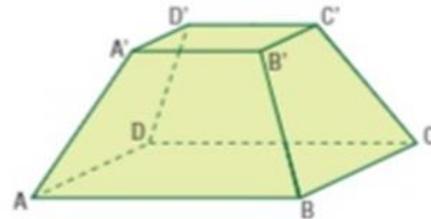
- Uma pirâmide menor que contém o vértice da pirâmide original;
- Um poliedro cuja base é a base da pirâmide original denominado tronco de pirâmide.



Pirâmide menor



Tronco de pirâmide



A razão entre as medidas de dois segmentos homólogos é sempre a mesma.

$$\frac{l}{L} = \frac{h}{H} = \frac{a_1}{a_2} = k$$

A razão entre as áreas das bases é o quadrado da razão de semelhança.

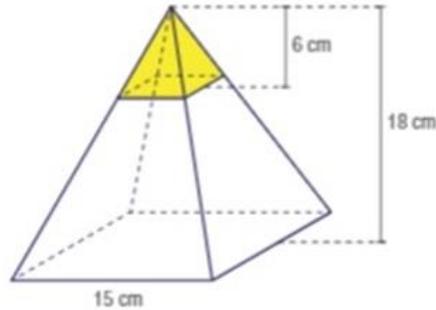
$$\frac{Ab}{AB} = k^2$$

A razão entre os volumes é o cubo da razão de semelhança.

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3$$

Exemplo

Uma pirâmide quadrangular regular é seccionada por um plano paralelo à base e que dista 6 cm do vértice. A altura da pirâmide é 18 cm e as arestas da base medem 15 cm. Qual é o volume da pirâmide menor determinada por esse plano?



$$\frac{l}{L} = \frac{h}{H}$$

$$\frac{l}{15} = \frac{6}{18}$$

$$l = 5 \text{ cm.}$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{b^2 * h}{3}$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{5^2 * 6}{3}$$

$$V_{\text{pirâmide}} = 50 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{pmaior}} = \frac{b^2 * h}{3}$$

$$V_{\text{pmaior}} = \frac{15^2 * 18}{3}$$

$$V_{\text{pmaior}} = 1350 \text{ cm}^3.$$

ou

$$V_{\text{pmenor}} = \frac{V}{1350} = \frac{6}{18}$$

$$V_{\text{pmenor}} = \frac{V}{1350} = \frac{1}{3}$$

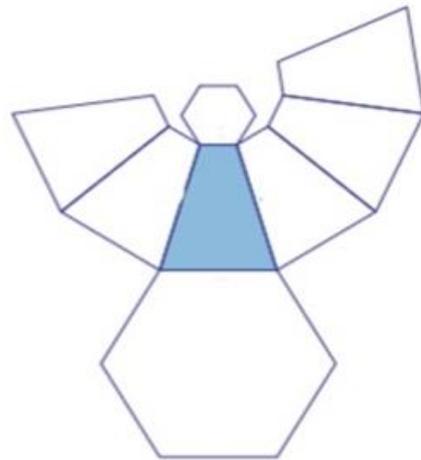
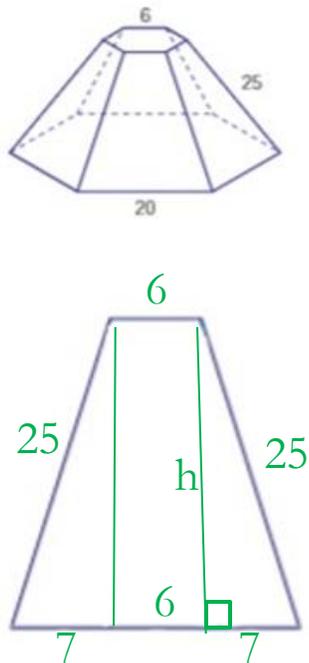
$$V_{\text{pmenor}} = \frac{V}{1350} = \frac{1}{27}$$

$$V_{\text{pmenor}} = 50 \text{ cm}^3.$$

Área da Superfície de um Tronco de Pirâmide Regular

A superfície de um tronco de pirâmide é composta de uma superfície lateral e de duas bases.
A superfície lateral é formada por trapézios e as bases são polígonos semelhantes.

Exemplo: Calcule a área desse trapézio. Em seguida, determine a área da superfície lateral do tronco.



Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$25^2 = 7^2 + h^2$$

$$625 = 49 + h^2$$

$$h^2 = 625 - 49$$

$$h^2 = 576$$

$$h = \sqrt{576}$$

$$h = 24$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(20 + 6) \cdot 24}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{26 \cdot 24}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{624}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = 312$$

$$A_{\text{superfície}} = 6 \cdot 312$$

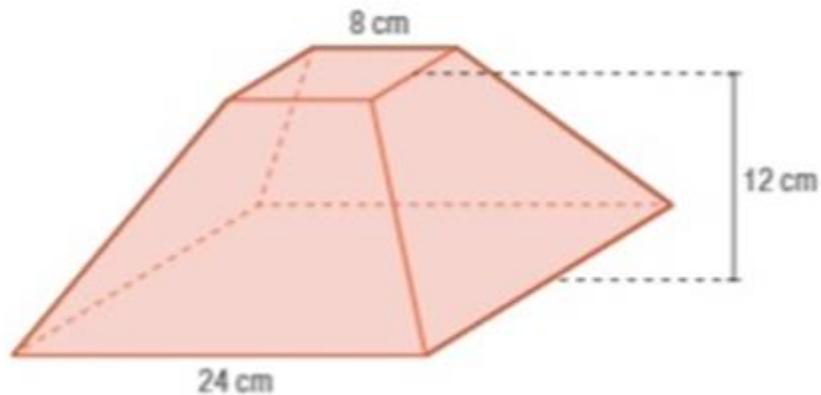
$$A_{\text{superfície}} = 1872$$

Volume de um Tronco de Pirâmide

O volume de um tronco de pirâmide é dado por:

$$V = \frac{h}{3} (AB + Ab + \sqrt{Ab * Ab})$$

Exemplo: Calcule o volume do tronco da pirâmide a seguir:



$$AB = 24^2 = 576 \text{ cm}^2$$

$$Ab = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$h_{\text{pirâmide}} = 12 \text{ cm.}$$

$$V = \frac{12}{3} (576 + 64 + \sqrt{576 * 64})$$

$$V = 4 * (640 + 24 * 8)$$

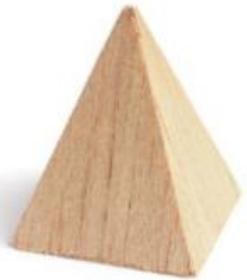
$$V = 3\,328 \text{ cm}^3.$$

Exercícios

Apostila – Volume 12: Página 11

- 1) Uma pirâmide de 6 metros de altura tem como base um quadrado cujos lados medem 12 metros. Um plano paralelo à base secciona essa pirâmide a 4 metros do vértice, formando uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide.
 - a) Qual é a área da seção obtida?
 - b) Qual é a razão entre os volumes da pirâmide menor e da pirâmide original?
 - c) Qual é a razão entre os volumes da pirâmide menor e do tronco de pirâmide?

- 2) Uma pirâmide de 20 cm de altura é feita de madeira maciça e pesa 2 kg. Deseja-se cortar essa pirâmide paralelamente à base para obter uma pirâmide menor. Qual será a massa em gramas dessa pirâmide caso o corte seja feito a 8 cm da base?



Exercícios

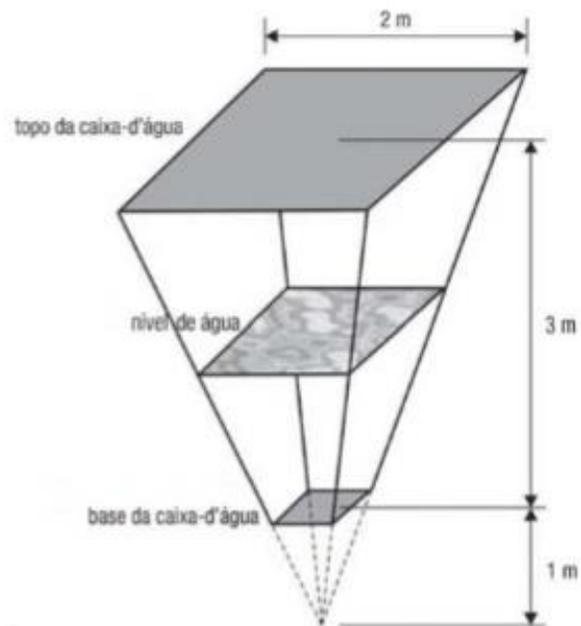
- 3) Um tronco de pirâmide quadrangular regular tem bases cujas arestas medem 30 cm e 50 cm. A altura do tronco mede 24 cm.
- a) Calcule o volume do tronco.
 - b) Calcule a área da superfície total do tronco.

Apostila – Volume 12: Página 12

- 4) (UDESC) Uma caixa de um perfume tem o formato de um tronco de pirâmide quadrangular regular fechado. Para embrulhá-la, Pedro tirou as seguintes medidas: aresta lateral 5 cm e arestas das bases 8 cm e 2 cm. A quantidade total de papel para embrulhar esta caixa, supondo que não haja desperdício e nem sobreposição de material, foi:
- a) 88 cm^2
 - b) 168 cm^2
 - c) 80 cm^2
 - d) 68 cm^2
 - e) 148 cm^2

Exercícios

6) (UNICAMP – SP) Uma caixa-d'água tem o formato de um tronco de pirâmide de bases quadradas e paralelas, como mostra a figura abaixo, na qual são apresentadas as medidas referentes ao interior da caixa.



a) Qual o volume total da caixa-d'água? (responder só a letra a).

- ❖ Os exercícios deverão ser feitos na apostila, caso não possua, continue resolvendo no caderno;
- ❖ Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- ❖ Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!