TURMA: 702 - MATEMÁTICA - MATERIAL SEMANA 23



Problemas envolvendo números racionais

Em muitas receitas, as quantidades dos ingredientes são expressas por meio de frações, como no exemplo a seguir.

Salpicão de presunto

Ingredientes

- ¹/₄ kg de cenoura ralada
- 2 talos de salsão branco (100 g)
- 1 cebola média ralada (200 g)
- ²/₅ kg de presunto
- ¹/₅ kg de maionese
- 2 maçãs verdes ácidas (300 g)
- 1 pacote de batata-palha (150 g)
- · Cheiro-verde, limão e sal a gosto



Coloque em uma tigela o cheiro-verde picado, o limão, o sal, a cebola ralada e a cenoura. Misture tudo e deixe descansar. Acrescente à mistura o presunto e as maçãs, cortados em cubos pequenos, e também o salsão, em tirinhas. Por último, junte a maionese e espalhe a batata-palha sobre toda a superfície. O salpicão pode ser servido como salada ou como recheio para sanduíche natural com pão fatiado.



Após o preparo, quantos quilogramas rende a receita? Para responder a essa pergunta, vamos transformar a quantidade dos ingredientes descritos em gramas para quilogramas.

Batata-palha
$$\rightarrow$$
 150 g: 1 000 = 0,15 kg

- Somando as quantidades em quilogramas expressas por números racionais na forma decimal, temos: 0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,15 = 0,75 kg.
- Somando as quantidades em quilogramas expressas por números racionais na forma de fração, temos: $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} + \frac{4}{20} = \frac{17}{20}$ kg.

Agora, somando os dois resultados, temos:

$$0,75 + \frac{17}{20} = \frac{75}{100} + \frac{85}{100} = \frac{160^{+10}}{100_{+10}} = \frac{16}{10} = 1,6$$

Portanto, essa receita de salpicão rende 1,6 kg.



Adição e subtração de números racionais

Nas operações de adição e subtração de números racionais, utilizamos os mesmos procedimentos usados em operações com frações e números decimais. Entretanto, agora precisamos considerar que trabalharemos com números positivos e negativos. Veja, na sequência, a solução de alguns exemplos.

Números racionais representados na forma fracionária: $\left(-\frac{1}{9}\right) + \left(+\frac{5}{8}\right)$.

Primeiro, escrevemos a operação de forma simplificada: $-\frac{1}{9} + \frac{5}{18}$.

Em seguida, procuramos frações equivalentes com o mesmo denominador. Assim:

$$-\frac{1}{9} + \frac{5}{18} = -\frac{2}{18} + \frac{5}{18}$$

Agora, é só somar algebricamente os numeradores e manter o denominador, devendose simplificar o resultado quando possível.

$$-\frac{2}{18} + \frac{5}{18} = \frac{3^{+3}}{18_{+3}} = \frac{1}{6}$$

Números racionais representados na forma decimal: 10 + (-7,8) + (-2,6). Primeiro, escrevemos a operação de forma simplificada: 10 - 7,8 - 2,6. Em seguida, é só somar algebricamente. Assim: 10 - 10,4 = -0,4.



atividades

Calcule as operações e apresente o resultado na forma irredutível.

a)
$$\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{4}{3}\right)$$

e)
$$-1,8-\frac{4}{10}$$

b)
$$\left(+\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{2}{8} \right)$$

f)
$$-\frac{7}{10} - \frac{4}{5}$$

c)
$$\left(+\frac{2}{7}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)$$

9)
$$1\frac{3}{5} \frac{8}{12}$$

h)
$$-10 - \left(-\frac{2}{9}\right)$$

Analise a tabela a seguir, veiculada em 2018, para responder às questões propostas.

PREÇOS DOS ALIMENTOS NOS SUPERMERCADOS (EM DÓLARES)				
Produto	Brasil	China		
Alface (1 unidade)	0,60	0,63		
Cebolas (1 kg)	0,78	0,96		
Batatas (1 kg)	0,78	0,85		
Laranjas (1 kg)	0,83	1,63		
Bananas (1 kg)	0,95	0,96		
Maçãs (1 kg)	1,37	1,62		
Peito de frango (1 kg)	2,82	3,41		
Queijo fresco (1 kg)	6,15	12,81		
Uma dûzia de ovos	1,45	1,59		
Arroz (1 kg)	0,87	0,96		
Um quilo de pão (1 kg)	1,37	1,41		
Leite (1 litro)	0,74	1,85		

Fonte: PRECIOSMUNDI. Disponível em: https://pt.preciosmundi.com/. Acesso em: 27 nov. 2018

a)	Quanto se gastaria a mais, em dólar, para comprar 1 litro de leite na China em comparação com
	o Brasil?

b)	Para qual alimento a diferença entre o preço	brasileiro e o preço o	chines foi superior a US\$ 5,0?
----	--	------------------------	---------------------------------

c)	Com o atual salário mínimo do Brasil, quantos quilogramas de peito de frango poderiam ser
	comprados na China no ano de 2018? Faça uma pesquisa para responder à pergunta.

3	Mário tem um jogo da memória com 60 cartas. Em uma partida contra seu amigo Paulo, Mário con-
	seguiu recolher $\frac{1}{10}$ do total de cartas e Paulo ficou com o restante. Na segunda partida, Mário
	jogou melhor e conquistou $\frac{2}{3}$ do total de cartas. Considerando essas informações, responda às
	perguntas a seguir.

a)	Qual fração, na	forma irredutivel,	corresponde	às fichas que Paulo	ganhou na	primeira partida?
----	-----------------	--------------------	-------------	---------------------	-----------	-------------------

 b) Quantas cartas Mário ganhou na primo 	eira partida?
---	---------------

c)	Quantas cartas Paulo ganhou na primeira partida?
	<u> </u>
d)	Que fração representa a diferença entre as cartas recolhidas por Mário na primeira e na segunda partida?
	E

Saber administrar os gastos pessoais é uma tarefa muito importante. O cartão de crédito é uma forma de pagamento que traz vantagens para o usuário, no entanto pode contribuir para o endividamento de algumas pessoas em razão dos juros altos cobrados pelas administradoras de cartões. Observe parte da fatura do cartão de Gabriela.

	0	PERADORA DE CARTÕES			
Clier	nte: Gabriela Silva	Fatura cartão de crédito número 9999 **** **** **99			
Data	Artigo	Valor da compra ou do débito	Saldo em reais		
31/04	Saldo anterior	<u> </u>	-125,41		
01/05	Juros e correção	R\$ 10,03	-135,44		
10/05	Farma Remédios	R\$ 163,49			
11/05	Inova Roupas	R\$ 478,90			
13/05	Brinquedos Alegria	R\$ 167,55			
25/05	Atual Calçados	R\$ 243,96			
30/05	Hipermercado	R\$ 578,67			

- a) Calcule os saldos parciais para cada data de compra até obter o saldo de 30 de maio e anote-os na coluna de saldo em reais da fatura.
- b) Verificando-se os gastos e considerando-se o fato de que Gabriela pagou R\$ 1.650,00, qual será o saldo?

Multiplicação de números racionais

Analise as situações a seguir.

Situação 1

Ana chegou em casa e encontrou $\frac{2}{3}$ de um bolo de chocolate sobre a mesa. Não resistiu e comeu $\frac{1}{4}$ do restante desse bolo. Que fração do bolo de chocolate ela comeu?



Para responder à pergunta, vamos representar graficamente a situação. Observe ao lado.

Os termos da expressão "um quarto de dois terços do bolo" podem ser traduzidos na linguagem matemática desta forma:

"um quarto" =
$$\frac{1}{4}$$

"de" = multiplicado por (×)

"dois terços" =
$$\frac{2}{3}$$

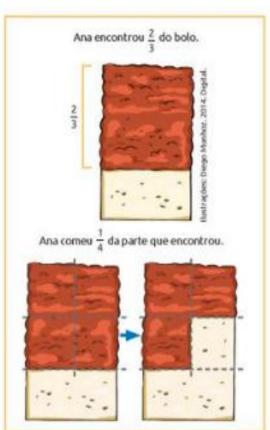
Logo, para saber a fração que corresponde ao

total do bolo comido por Ana, é preciso considerar que a preposição "de" significa que se trata de uma operação de multiplicação.

Pelo desenho, podemos perceber que a parte que Ana comeu corresponde a $\frac{1}{6}$ do bolo.

Também podemos resolver essa situação por meio da operação de multiplicação.

Veja:
$$\frac{1}{4}$$
 de $\frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^{2}}{12.2} = \frac{1}{6}$.



Situação 2

Caio foi ao mercado e comprou 400 g (0,4 kg) de queijo e 1 200 g (1,2 kg) de presunto.

Considerando-se os preços indicados na imagem ao lado, quanto Caio gastou na compra de cada produto? Para determinar o valor gasto em cada produto, basta multiplicar a quantidade que ele comprou pelo preço do quilograma de cada produto.



Essas operações podem ser efetuadas de duas formas:

0,4 · 20,35
$$\frac{4}{10} \frac{2035}{100} = \frac{8140}{1000} = 8,14$$
 ou $\frac{20,35}{8,140} \longrightarrow 1$ casa decimals $\frac{0,4}{8,140} \longrightarrow 3$ casas decimals $\frac{22,00}{10} \longrightarrow 2$ casas decimals $\frac{22,00}{100} \longrightarrow 2$ casas decimals $\frac{1,2 \cdot 22,00}{1000} = \frac{26400}{1000} = 26,40$ ou $\frac{12 \cdot 2200}{1000} = \frac{26400}{1000} = 26,40$ ou $\frac{22,000}{4400} \longrightarrow 3$ casas decimals $\frac{22,000}{4400} \longrightarrow 3$ casas decimals

Caio gastou R\$ 8,14 na compra do queijo e R\$ 26,40 na compra do presunto.

Os produtos encontrados nas duas situações foram expressos por meio de um número positivo, pois todos os fatores envolvidos eram positivos.

Na multiplicação de números racionais, devem ser observadas as mesmas regras de sinais válidas para a multiplicação de números inteiros.

Veja os exemplos:

$$\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(+\frac{1}{5}\right) = -\frac{3}{40} \quad \left(+\frac{2}{7}\right)\cdot\left(+\frac{4}{9}\right) = +\frac{8}{63} \quad 4\cdot\left(-36,1\right) = -144,4 \quad \left(-3\right)\cdot\left(-\frac{1}{8}\right) = +\frac{3}{8}$$

Na multiplicação de dois números racionais, é preciso observar as seguintes regras:

- Se os fatores têm o mesmo sinal, o produto é um número positivo.
- Se os fatores tém sinais diferentes, o produto é um número negativo.



atividades

Veja a seguir dois tratamentos naturais para amenizar as cólicas hepáticas (dores do figado) com o uso de plantas.

Berinjela		Limão		
Columnia National Nat	Preparar o suco diluído em água e tomar $\frac{1}{4}$ L quatro vezes ao dia.	Cohortentock/ Stephane Bidouse	Preparar o suco diluído em água e tomar $\frac{1}{4}$ L três vezes ao dia.	

- a) Quantos litros de suco de berinjela devem ser ingeridos pelo paciente que seguir corretamente o tratamento por uma semana?
- b) Se optar pelo suco de limão, quantos dias um paciente deverá permanecer em tratamento até ingerir 3 L?
- Calcule as multiplicações dos números racionais escritos na forma de fração.
 - a) $\left(+\frac{9}{5}\right)\cdot\left(+\frac{9}{7}\right)$
- d) $\left(+\frac{13}{4}\right)\cdot\left(+\frac{1}{7}\right)$

b) $\left(-\frac{35}{6}\right) \left(-\frac{5}{12}\right)$

e) $\left(+\frac{7}{4}\right)\cdot\left(-\frac{13}{9}\right)$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{8}{15}\right)$

- f) $\left(-\frac{16}{15}\right)\cdot\left(+\frac{7}{11}\right)$
- Calcule as multiplicações dos números racionais escritos na forma decimal.
 - a) (+6,8) (-0,3)_____
- d) (+0,4) · (-1,2) · (+2) _____
- b) (-2,5) · (-6,3)
- e) (-0,6) · 1,7 · (+0,25) _____
- c) (-25,3) · (-5,05)
- f) (+0,07) (-100,4)
- Três amigas foram de carro de Curitiba, no Paraná, a Poços de Caldas, em Minas Gerais. Como a distância entre as duas cidades é muito grande, elas combinaram que se revezariam no volante. Ana dirigiu 3/5 do trajeto, Paula conseguiu rodar 2/5 da quilometragem feita por Ana e Gilda ficou com os 100 km restantes.
 - a) Que fração do percurso coube a Gilda?
- b) Ana dirigiu quantos quilômetros a mais que suas duas amigas juntas?

Simplificação de números racionais

Vamos efetuar a operação $\left(-\frac{2}{9}\right)\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)$ de duas maneiras diferentes.

Multiplicamos os numeradores entre si e os denominadores entre si e simplificamos o resultado:

 $\left(-\frac{2}{9}\right)\cdot \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{30^6}{36} = \frac{5}{6}$

Sempre que possível, procuramos um número para dividir o numerador de uma das frações e o denominador da outra antes de fazer a multiplicação. Em seguida, multiplicamos os numeradores e os denominadores das frações resultantes:

$$\left(-\frac{2^{3}}{9_{13}}\right)\cdot\left(-\frac{75}{4_{12}}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{6}$$

Observe que os resultados são iguais. Portanto, é possível simplificar antes ou após efetuar a multiplicação.

Exemplos:

$$\left(-\frac{77^{11}}{5}\right) \cdot \left(+\frac{4}{11_{111}}\right) = \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \left(+\frac{4}{1}\right) = -\frac{28}{5}$$

$$\left(-\frac{44^{11}}{5_{.5}}\right)\cdot \left(+\frac{32^{.16}}{11_{.11}}\right)\cdot \left(-\frac{15^{.5}}{16_{.16}}\right) = \left(-\frac{4}{1}\right)\cdot \left(+\frac{2}{1}\right)\cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{24}{1} = 24$$

Note que, ao multiplicarmos uma fração por seu inverso, podemos simplificar os fatores ou o resultado até obtermos 1 no numerador e 1 no denominador.

$$\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{28}{28} = 1 \text{ ou}\left(-\frac{\cancel{X}^{3}}{\cancel{X}_{3}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{X}^{3}}{\cancel{A}_{3}}\right) = \left(-\frac{1}{1}\right)\cdot\left(-\frac{1}{1}\right) = 1$$

Um número racional é o inverso do outro quando o produto dos dois números é igual a 1.





atividades

- Calcule os produtos e apresente-os na forma irredutível.
 - a) $\left(+\frac{7}{8}\right)\cdot\left(+\frac{8}{7}\right)$
 - b) $\left(+\frac{1}{17}\right)\cdot \left(+17\right)$ d) $\left(-6\right)\cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$



- Para determinar os produtos indicados a seguir, simplifique as frações antes de efetuar as multiplicações e depois multiplique os novos numeradores entre si e os novos denominadores entre si.
 - a) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{8}{15}\right)=$
 - **b)** $\left(-\frac{8}{27}\right) \cdot \left(-\frac{9}{40}\right) =$
 - c) $\left(+\frac{33}{34}\right) \cdot \left(+\frac{17}{44}\right) =$
 - d) $\left(+\frac{12}{5}\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}\right) =$
 - e) $\left(+\frac{7}{4}\right) \cdot \left(-\frac{28}{56}\right) =$
 - **f)** $\left(-\frac{25}{16}\right) \cdot \left(+\frac{28}{45}\right) \cdot \left(-\frac{9}{14}\right) =$
- Uma maneira interessante de simplificar frações é decompor o numerador e o denominador e, em seguida, fazer a simplificação dos fatores que são comuns. Observe o exemplo.

Simplifique a fração $\frac{8}{50}$.

Resolução:

Decompomos em fatores primos os números 8 e 50:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Substituímos esses valores e cancelamos os fatores comuns:

$$\frac{8}{50} = \frac{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 5 \cdot 5} = \frac{4}{25}$$

Simplifique as frações a seguir utilizando a mesma técnica descrita no exemplo.

- a) $\frac{75}{165}$ =
- b) $\frac{120}{56}$
- c) $\frac{28}{385}$ =
- d) $\frac{594}{3465}$ =

Divisão de números racionais

Uma loja está vendendo todas as TVs com preço promocional em 12 vezes iguais e sem juros. Note que, na oferta, não está indicado o valor de cada parcela.

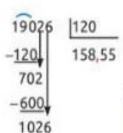
Nessas condições, qual é o valor de cada parcela da TV?

Para responder à pergunta, basta dividir R\$ 1.902,60 por 12.



Antes de efetuarmos a divisão, podemos multiplicar os dois números por 10 para obter uma divisão equivalente, mas com números inteiros.

$$1902,6$$
: $12 = 19026$: 120



-960

660

-600

600

-<u>600</u>

Então, depois de efetuarmos a divisão, concluímos que o valor de cada parcela é R\$ 158.55.

O quociente encontrado nessa situação é um número positivo, pois, na divisão entre dois números positivos, o quociente é sempre positivo.

Na divisão de dois números racionais, é preciso observar as regras:

- · Se eles têm o mesmo sinal, o quociente é um número positivo.
- Se eles têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.
- Se eles estão escritos na forma de fração, realizamos a divisão entre eles multiplicando a primeira fração pelo inverso da segunda.

Veja o exemplo:
$$\frac{2}{3}$$
: $\frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$

K

atividades

- Três pessoas juntas pintaram a metade de um muro.
 - a) Considerando que cada uma pintou a mesma área, represente graficamente essa situação.

b) Que fração do muro cada pessoa pintou?

 Escreva uma divisão de frações para representar essa situação.

- Resolva a divisão $\left(+\frac{30}{7}\right)$: $\left(-\frac{15}{14}\right)$ de duas maneiras diferentes:
 - a) Substitua cada uma das frações por outras equivalentes, de modo que os denominadores figuem iguais. Em seguida, efetue a divisão dos numeradores entre si e dos denominadores entre si.

$$\left(+\frac{30}{7}\right); \left(-\frac{15}{14}\right) =$$

b) Simplifique o que for possível antes de efetuar a multiplicação da primeira fração pela inversa da segunda.

$$\left(+\frac{30}{7}\right):\left(-\frac{14}{15}\right)=$$



- c) Observe as frações e as operações envolvidas em cada item anterior. Comparando os resultados, troque ideias com seus colegas e escreva o que é possível concluir sobre as duas operações.
 - Calcule as divisões a seguir.

e)
$$\left(+\frac{8}{15}\right):\left(-\frac{4}{15}\right)=$$

b)
$$\left(-\frac{63}{10}\right):\left(-\frac{21}{10}\right) =$$

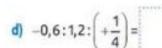
d)
$$\left(-\frac{3}{8}\right):\left(-\frac{9}{10}\right) =$$

Calcule as divisões e simplifique o resultado, apresentando a resposta na forma irredutivel.

a)
$$\left(-\frac{3}{4}\right): \left(-\frac{21}{2}\right) =$$

b)
$$(-1,2): (+\frac{2}{5}): (-2) =$$

c)
$$\frac{12}{56}$$
: $\left(+\frac{15}{4}\right)$ =



- e) $+\frac{7}{9}:\left(-\frac{28}{36}\right)=$
- f) $\left(-\frac{7}{25}\right):\left(-\frac{21}{10}\right)=$
- Sabendo que o traço de fração indica uma divisão entre o numerador e o denominador, determine o valor de:
 - a) $\frac{-\frac{1}{6}}{\frac{3}{8}} =$
 - b) $\frac{9}{-\frac{27}{32}} =$
 - c) $\frac{\frac{16}{48}}{\frac{15}{21}} =$
- Maria deve tomar meio comprimido de certo remédio a cada 6 horas. Sabendo que a caixa desse remédio contém 24 comprimidos, responda às questões a seguir.



a) Quantas vezes Maria deverá tomar o remédio até os comprimidos acabarem?

b) Em quantos dias todos os comprimidos da caixa serão ingeridos?

- b) Qual seria o preço real de um perfume importado de R\$ 365,00, desconsiderando-se o imposto?
- Escreva uma pergunta com as informações da tabela e troque de caderno com seu colega para que ele responda à pergunta que você criou enquanto você responde à que ele escreveu.

Potenciação e radiciação

Analise as situações a seguir.

Situação 1

Um lago foi decorado com um aquário de forma cúbica cujas arestas medem 0,5 m.

Os responsáveis pelo local vão informar em uma placa o volume do aquário e os peixes que vivem ali.



Três fatores iguais

V = 0,5 · 0,5 · 0,5 Escrevendo na forma de potenciação, temos:

Calculando esse valor, temos: $V = (0,5)^3 = (0,5) \cdot (0,5) \cdot (0,5) = 0,125$. O volume é de 0,125 m³.

Situação 2

Um agricultor quer cercar uma área quadrada de 0,25 km² para criar gado. Para isso, ele precisou calcular a medida do lado do quadrado para comprar a quantidade de material necessária para cercá-la.

O lado de um quadrado é a raiz quadrada da medida da área. Assim:

$$L = \sqrt{0.25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0.5 \text{ km}$$

O lado do quadrado mede 0,5 km.

- A potência de um número racional é igual à de um número natural: o expoente indica quantas vezes a base deve ser multiplicada por ela mesma.
- Extrair a raiz quadrada de um número racional significa encontrar o número racional que, elevado ao quadrado, resulta naquele número.

Veja outro exemplo:

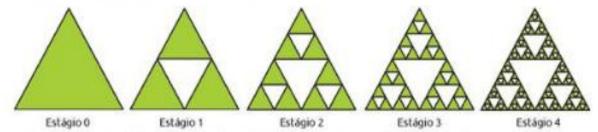
$$\sqrt{0.49} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{7}{10}$$
, pois $\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$





A seguir está representado o processo de construção do triângulo de Sierpinski, uma figura geométrica que foi descrita pela primeira vez pelo matemático polonês Waclaw Sierpinski. Para obtê-la, inicia-se pela construção de um triângulo equilátero. Em seguida, para cada estágio posterior de construção, divide-se cada lado do(s) triângulo(s) anterior(es) ao meio e unem-se os pontos médios encontrados, gerando-se, assim, novos triângulos equiláteros iguais.

Veja a sequência dos quatro primeiros estágios.



 a) Complete a tabela considerando que, a cada estágio, são obtidos triângulos menores que representam frações do triângulo inicial.

Estágio	0	1	2	3	4
Fração do triángulo do estágio 0	1				

- Escreva, na forma de uma potência, a fração que o triângulo menor dos estágios 3 e 4 representa do triângulo inicial.
- Calcule as potenciações.

a)
$$\left(-\frac{2}{7}\right)^2 =$$

- c) $\left(\frac{3}{8}\right)^3 =$
- d) (0,222...)² =

Calcule as raízes.

a)
$$\sqrt{0.81}$$
 =

b)
$$\sqrt{\frac{25}{196}} =$$

c)
$$\sqrt{\frac{64}{169}} =$$

d)
$$\sqrt{\frac{16}{81}} =$$

e)
$$\sqrt{\frac{225}{256}} =$$

f)
$$\sqrt{0,04}$$
 =