Representação Geométrica de um Nº Complexo

CEAB - 3º Ano

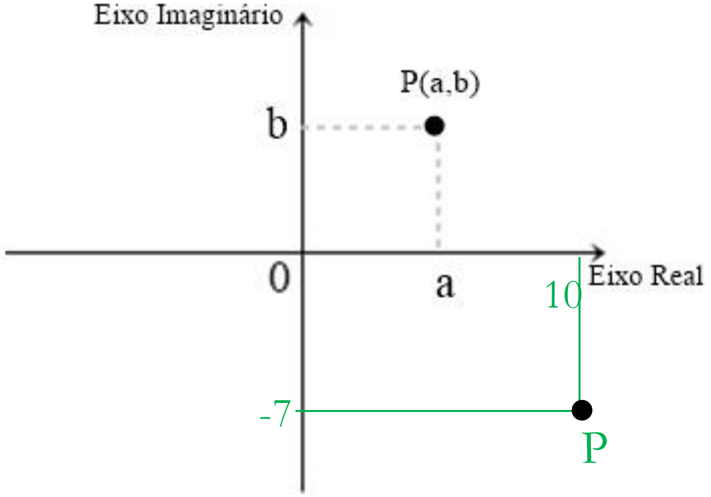
Representação Geométrica de um Número Complexo

É possível associar a cada número complexo um ponto de um plano e, a cada ponto do plano, associar um número complexo.
O ponto P(a, b) correspondente ao número complexo z = a + bi é denominado afixo desse número.

Exemplo: $z = 10 - 7i$.

$z = (10, -7)$
P(10, -7)

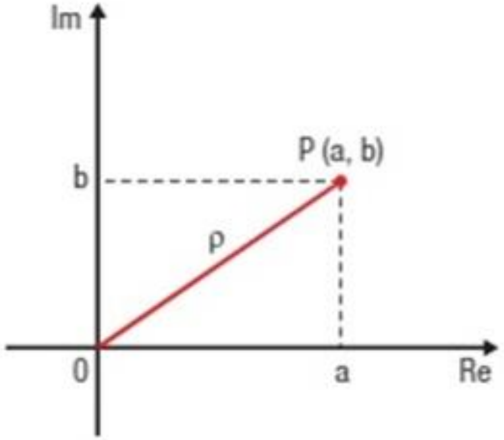
Plano Complexo



Módulo de um Número Complexo

Denomina-se módulo de um número complexo $z = a + bi$ a distância p do afixo P(a,b) à origem do plano complexo.

$$p = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Exemplo: Calcule o módulo de $z = 2 - 2i$.

$$p = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$p = |2 - 2i| = \sqrt{2^2 + (-2)^2}$$

$$p = \sqrt{4 + 4}$$

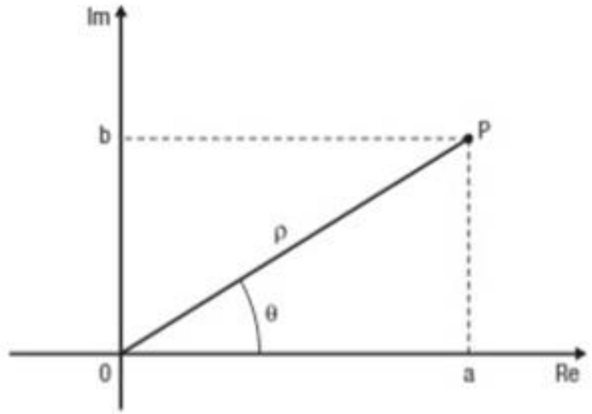
$$p = \sqrt{8}$$

$$\boxed{p = 2\sqrt{2}}$$

Argumento de um Número Complexo

Denomina-se argumento de um número complexo não nulo $z = a + bi$, cujo afixo é $P(a, b)$, a medida do ângulo θ formado pelo eixo real e pelo segmento 0P.

$$\theta = \arg(z) \rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{b}{a}$$



Exemplo: Obtenha o argumento de $z = -3 + 3i$.

$$\operatorname{Tg}\Theta = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{Tg}\Theta = \frac{3}{-3}$$

$$\operatorname{Tg}\Theta = -1$$

$$\boxed{\operatorname{Tg}\Theta = \frac{3\pi}{4}}$$

$$\boxed{\Theta \in 2° \text{ Quadrante}}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{360°}{x}$$

$$2\pi x = \frac{1080\pi}{4}$$

$$8x = 1080$$

$$x = \frac{1080}{8}$$

$$\boxed{x = 135°}$$

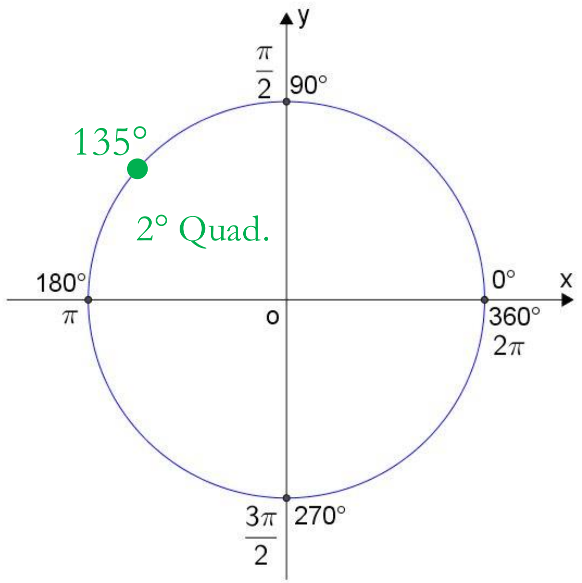


Gráfico da Função Tangente

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = tg x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	$-\sqrt{3}$	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
y = tg x	0	0,58	1	1,73	$\nexists$	–1,73	–1	–0,58	0

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y = tg x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	$-\sqrt{3}$	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
y = tg x	0,58	1	1,73	$\nexists$	–1,73	–1	–0,58	0

Forma Trigonométrica de um Número Complexo

Um número complexo não nulo $z = a + bi$ pode ser escrito na seguinte forma trigonométrica:

$$z = p(\cos\theta + i^* \operatorname{sen}\theta)$$

p é o módulo e θ é o argumento de z.

Exemplo: Escreva a forma algébrica do número dado na forma trigonométrica: $A = 3(\cos 30° + i^* \operatorname{sen} 30°)$.

$$A = 3(\cos 30° + i^* \operatorname{sen} 30°)$$

$$A = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i^* \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{A = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}}$$

Operações com Números Complexos na Forma Trigonométrica

Multiplicação

$$z1 * z2 = p1 * p2 * [\cos(\theta 1 + \theta 2) + i * \text{sen}(\theta 1 + \theta 2)]$$

Exemplo: Escreva na forma algébrica o produto dos números complexos A e B:
A= 10(cos10° + i*sen10°) e B= 4(cos80°+ i*sen80°).

$$A * B = 10 * 4[\cos(10° + 80°) + i * \text{sem}(10° + 80°)]$$
$$AB = 40[\cos 90° + i * \text{sen } 90°]$$
$$AB = 40[0 + i * 1]$$
$$\boxed{AB = 40i}$$

Divisão

$$\frac{z1}{z2} = \frac{p1}{p2}[\cos(\theta 1 - \theta 2) + i * \text{sen}(\theta 1 - \theta 2)]$$

Exemplo: Escreva na forma algébrica o produto dos números complexos A e B:
A= 10(cos90° + i*sen90°) e B= 4(cos60°+ i*sen60°).

$$\frac{A}{B} = \frac{10}{5}[\cos(90° - 60°) + i * \text{sen}(90° - 60°)$$
$$\frac{A}{B} = 2[\cos 30° + i * \text{sen } 30°)$$
$$\frac{A}{B} = 2[\frac{\sqrt{3}}{2} + i * \frac{1}{2}]$$
$$\boxed{\frac{A}{B} = \sqrt{3} + i}$$

Exercícios

1) Calcule:

a) $|-2 + 3i|$. b) $|1 + 2i|$. c) $|-2 - 2i|$. d) $|-8 + 6i|$.

2) Calcule o argumento de cada número.

a) $A = 1 - i$. b) $B = 2 + 2\sqrt{3}i$. c) $C = -\sqrt{5} + \sqrt{5}i$. d) $D = -\sqrt{3} - i$.

3) Escreva a forma algébrica de cada um dos números dados na forma trigonométrica.

a) $A = 2(\cos 45° + i * \text{sen } 45°)$. b) $B = 2\sqrt{3}(\cos \pi + i * \text{sen } \pi)$.

4) Escreva na forma algébrica o produto dos números complexos P, Q e R, dados por:

$P = 2(\cos 22° + i * \text{sen } 22°)$.

$Q = 3(\cos 86° + i * \text{sen } 86°)$.

$R = 4(\cos 72° + i * \text{sen } 72°)$.

- Os exercícios deverão estar prontos no caderno;
- Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!