Divisão de Polinômios

CEAB - 3º Ano

Divisão de Polinômios

Dados dois polinômios A(x) (dividendo) e B(x) (divisor) diferente de zero, dividir A(x) por B(x) é determinar dois outros polinômios Q(x) (quociente) e R(x) (resto) de modo que sejam verificadas duas condições:

1. $A(x) = B(x) * Q(x) + R(x)$;
2. o grau de R(x) é menor do que o grau de B(x) ou $R(x) = 0$.

$$
\begin{array}{r|l}
\text{dividendo} & \text{divisor} \\
A(x) & \underline{B(x)\qquad} \\
R(x) & Q(x) \\
\text{resto} & \text{quociente}
\end{array}
$$

Método da Chave

Divida o polinômio $A(x) = 5x^4 - 4x^3 + x^2 - 12x + 1$ pelo polinômio $B(x)$, tal que $B(x) = x^2 - x + 2$.

Dividimos o termo de maior grau do dividendo pelo termo de maior grau do divisor ($5x^4$ por x^2) e multiplicamos o resultado pelos termos do divisor. Subtraímos o resultado do dividendo.

$$\begin{array}{rrrrr|l} \boxed{5x^4} & -4x^3 & +x^2 & -12x & +1 & \boxed{x^2} - x + 2 \\ \cline{6-6} -5x^4 & +5x^3 & -10x^2 & & & 5x^2 \\ \hline & x^3 & -9x^2 & & & \end{array}$$

$$\frac{5x^4}{x^2} = 5x^2$$

$$\begin{array}{rrrrr|l} 5x^4 & -4x^3 & +x^2 & -12x & +1 & \boxed{x^2} - x + 2 \\ \cline{6-6} -5x^4 & +5x^3 & -10x^2 & & & 5x^2 + x \\ \hline & \boxed{x^3} & -9x^2 & -12x & & \\ & -x^3 & +x^2 & -2x & & \\ \hline & & -8x^2 & -14x & & \end{array}$$

$$\frac{x^3}{x^2} = x$$

Incluímos o próximo termo do dividendo no resultado para formar um novo dividendo e repetimos o procedimento anterior.

Repetimos o procedimento até que o resto seja um polinômio de grau menor que o do divisor. Esse polinômio será o resto da divisão.

$$\begin{array}{rrrrr|l} 5x^4 & -4x^3 & +x^2 & -12x & +1 & \boxed{x^2} - x + 2 \\ \cline{6-6} -5x^4 & +5x^3 & -10x^2 & & & 5x^2 + x - 8 \\ \hline & x^3 & -9x^2 & -12x & & \\ & -x^3 & +x^2 & -2x & & \\ \hline & & \boxed{-8x^2} & -14x & +1 & \\ & & +8x^2 & -8x & +16 & \\ \hline & & & \underbrace{-22x + 17}_{\text{Resto}} & & \end{array}$$

$$\frac{-8x^2}{x^2} = -8$$

$Q(x) = 5x^2 + x - 8$

$R = -22x + 17$

Exemplo

Utilizando o método da chave, obtenha o quociente e o resto da divisão do polinômio: $A(x) = 5x^4 - 4x^3 + x^2 - 12x + 1$ pelo polinômio $B(x) = x + 2$.

$$\frac{5x^4}{x} = 5x^3$$

$$\frac{-14x^3}{x} = -14x^2$$

$$\frac{29x^2}{x} = 29x$$

$$\frac{-70x}{x} = -70$$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & \boxed{5x^4} - 4x^3 + x^2 - 12x + 1 & \boxed{x} + 2 \\
\cline{3-3}
+ & -5x - 10x^3 & 5x^3 - 14x^2 + 29x - 70 \\
\cline{2-2}
 & 0 \boxed{- 14x^3} & \\
+ & + 14x^3 + 28x^2 & \\
\cline{2-2}
 & 0 \boxed{+ 29x^2} - 12x & \\
+ & - 29x^2 - 58x & \\
\cline{2-2}
 & 0 \boxed{- 70x} + 1 & \\
+ & + 70x + 140 & \\
\cline{2-2}
 & 0 + 141 &
\end{array}
$$

$Q(x) = 5x^3 - 14x^2 + 29x - 70$
$R = 141$

Dispositivo Prático de Briot-Ruffini

O método da chave é o mais geral que empregamos na divisão de polinômios. Entretanto, quando o divisor for um polinômio do 1° grau da forma x – a, outro procedimento, mais simples, poderá ser empregado: o Dispositivo de Briot-Ruffini.

Utilizando o dispositivo prático de Briot-Ruffini, vamos efetuar a divisão feita anteriormente pelo método da chave do polinômio: $A(x) = 5x^4 - 4x^3 + x^2 - 12x + 1$ e $B(x) = x + 2$.

-2	5	-4	1	-12	1
	5	-14	29	-70	141

$x + 2 = 0$
$x = -2$

$5*(-2) + (-4)$
$-10 - 4 = -14$

$-14*(-2) + 1$
$28 + 1 = 29$

$29*(-2) + (-12)$
$-58 - 12 = -70$

$-70*(-2) + 1$
$140 + 1 = 141$

$$\boxed{\begin{array}{l} Q(x) = 5x^3 - 14x^2 + 29x - 70 \\ R = 141 \end{array}}$$

Exercícios

1) Utilizando o método da chave, obtenha o quociente e o resto da divisão do polinômio
$P(x) = 2x^5 – 3x^4 + 4x^3 - 6x + 7$ pelo polinômio $A(x) = x^3 - x^2 + x – 1$.

2) Encontre o resto da divisão de $x^3 - 2x^2 + px – 4$ por $x + 2$ sabendo que o quociente dessa divisão é $x^2 - 4x + 5$.

3) Utilizando o dispositivo prático de Briot-Ruffini, obtenha o quociente e o resto da divisão do polinômio
$P(x) = x^4 – 3x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ por:

a) $x + 1$

b) $x – 1$

4) Determine o quociente e o resto da divisão de A(x) por B(x) em cada item.

a) $A(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 5x + 6$ e
$B(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

b) $A(x) = x^5 - 8$ e $B(x) = x^2 - 2x + 4$

- Os exercícios deverão estar prontos no caderno;

- Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;

- Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!