

Inequações

CEAB - 1º Ano

Inequações

Sendo f uma função, denomina-se inequação toda desigualdade que pode ser escrita em uma das seguintes formas:

$$\bullet f(x) > 0$$

$$\bullet f(x) < 0$$

$$\bullet f(x) \geq 0$$

$$\bullet f(x) \leq 0$$

Exemplo: $-3x + 9 \leq 0$

a) Qual é o zero da função f , definida por $f(x) = -3x + 9$?

b) A função f é crescente ou decrescente? b) Decrescente pois $a = -3$.

c) Faça o estudo do sinal da função f e destaque os valores de x para os quais a função é negativa ou nula.

d) Qual é o conjunto-solução da inequação?

a) $f(x) = 0$

$$-3x + 9 = 0$$

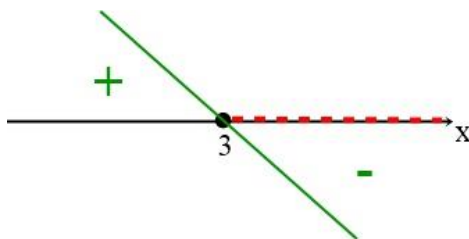
$$-3x = -9$$

$$x = \frac{-9}{-3}$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

c)



d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$

O zero da função é 3.

Inequações Simultâneas

Exemplo: Considere o seguinte sistema de inequações:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 & \text{(I)} \\ -x^2 + 2x > 0 & \text{(II)} \end{cases}$$

- Determine o conjunto-solução da inequação (I).
- Determine o conjunto-solução da inequação (II).
- Faça a intersecção das soluções das inequações (I) e (II).
- Qual é o conjunto-solução desse sistema de inequações?

a) $f(x) = 0$

$$F(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{4 + 2}{2}$$

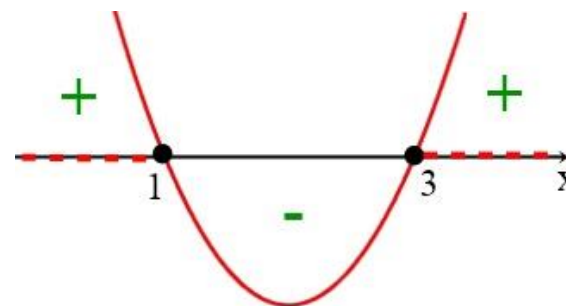
$$x' = \frac{6}{2}$$

$$x' = 3$$

$$x'' = \frac{4 - 2}{2}$$

$$x'' = \frac{2}{2}$$

$$x'' = 1$$



$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x \geq 3\}$$

$$b) g(x) = 0$$

$$G(x) = -x^2 + 2x$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0$$

$$\Delta = 4 + 0$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2}{-2}$$

$$x' = \frac{-2 + 2}{-2}$$

$$x' = \frac{-2 - 2}{-2}$$

$$x' = 0$$

$$x'' = \frac{-2 - 2}{-2}$$

$$x'' = -4$$

$$x'' = 2$$

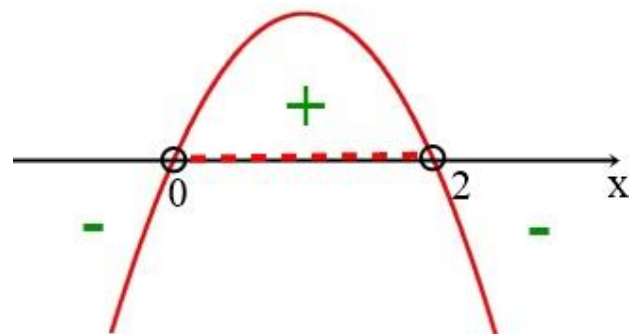
$$x'' = 2$$

$$x'' = 2$$

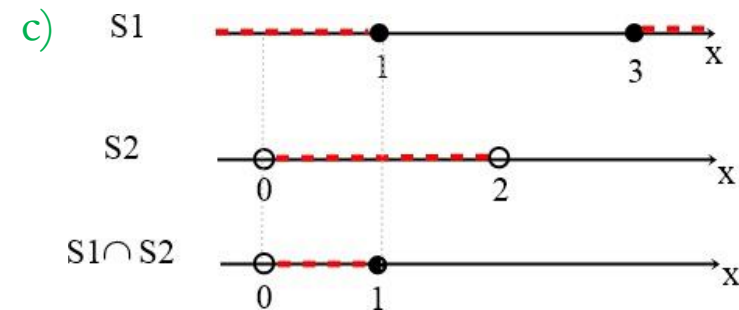
$$x'' = \frac{-2 - 2}{-2}$$

$$x'' = \frac{-4}{-2}$$

$$x'' = 2$$



$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$$



$$d) S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 1\}$$

Inequações-produto e Inequações-quociente

Uma inequação-produto pode ser escrita em uma das seguintes formas:

- $f(x) \cdot g(x) > 0$
- $f(x) \cdot g(x) < 0$
- $f(x) \cdot g(x) \geq 0$
- $f(x) \cdot g(x) \leq 0$

Uma inequação-quociente pode ser escrita em uma das formas a seguir, com $g(x) \neq 0$:

- $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$
- $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$
- $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$
- $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

Exemplo: 1) Determine o conjunto-solução da inequação $(-x^2 + 9) \cdot (x^2 - 3x + 2) > 0$.

2) Determine o conjunto-solução da inequação $\frac{2x - 6}{-3x^2 + 18x - 24} \leq 0$.

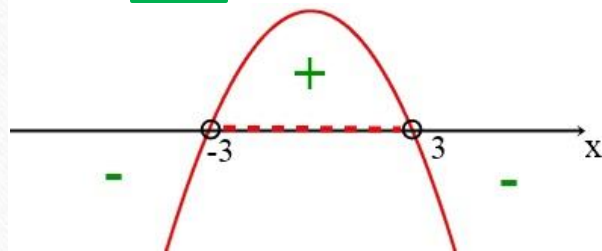
Exemplo 1) $f(x) = 0$

$$-x^2 + 9 = 0$$

$$-x^2 = -9$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x = \boxed{\pm 3}$$



$$g(x) = 0$$

$$x^2 - 3x + 2$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

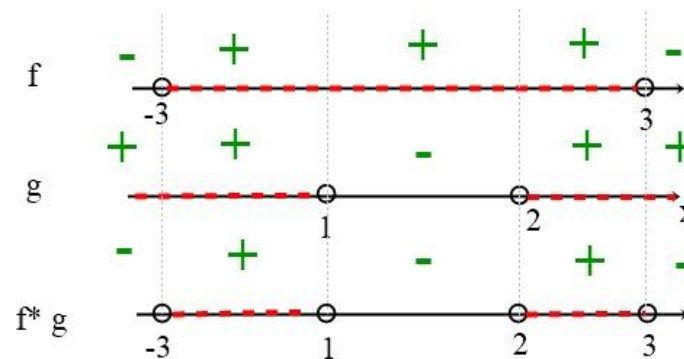
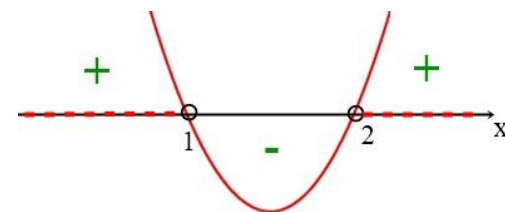
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{3 + 1}{2} = \boxed{2}$$

$$x'' = \frac{3 - 1}{2} = \boxed{1}$$



$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1 \text{ ou } 2 < x < 3\}$$

Exemplo 2)

$$F(x) = 0$$

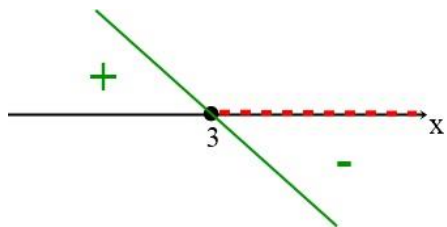
$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$X = \frac{6}{2}$$

$$2$$

$$X = 3$$



$$G(x) = 0$$

$$-3x^2 + 18x - 24$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 18^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-24)$$

$$\Delta = 324 - 288$$

$$\Delta = 36$$

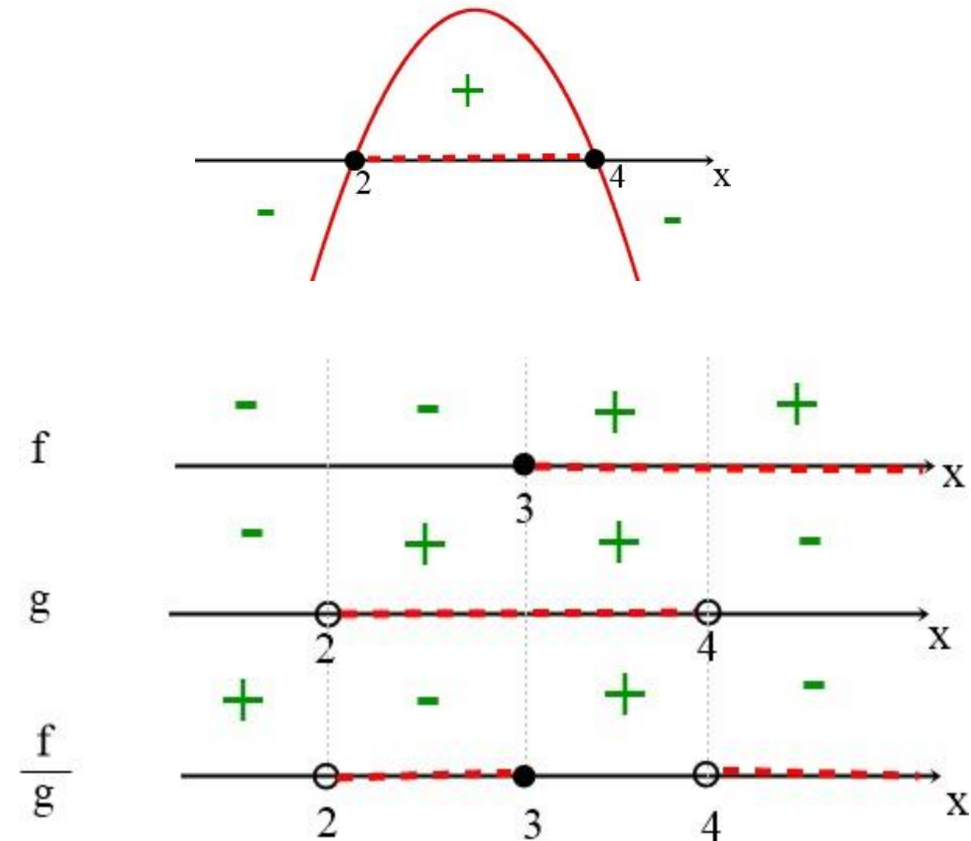
$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$X = \frac{-18 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-3)}$$

$$X = \frac{-18 \pm 6}{-6}$$

$$X' = \frac{-18 + 6}{-6} = 2$$

$$X'' = \frac{-18 - 6}{-6} = 4$$



$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3 \text{ ou } x > 4\}$$

Exercícios

1) Resolva cada uma das inequações.

a) $2x - 6 > 0$

b) $-3x + 7 \leq 0$

c) $-2x - 5 < -5x - 32$

d) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$

e) $-3x^2 + 7x + 6 < 0$

f) $2x^2 - 6x \leq 0$

g) $3x^2 + 9 > 0$

h) $x^2 - 4x + 4 > 0$

i) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

2) Determine o conjunto-solução dos sistemas de inequações.

a)
$$\begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 < 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ -2x + 6 < 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x^2 - 3x \geq 0 \\ -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \end{cases}$$

3) Resolva cada uma das seguintes inequações-produto ou inequações-quociente.

a) $(x - 2)(x^2 - 5x + 6) < 0$

b) $(-x^2 + 3x - 2)(x^2 + 4x + 3) \leq 0$

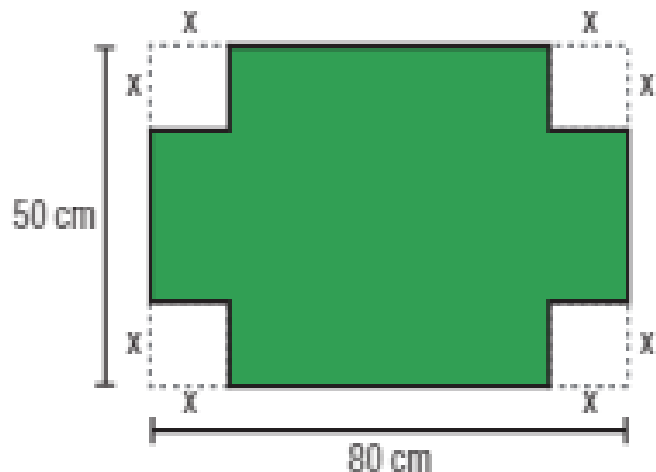
c) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x - 5} \leq 0$

d) $\frac{x^2 + 3x}{-x^2 + 1} > 0$

e) $\frac{3x + 6}{5 - x} \leq 0$

Exercícios

4) Dos cantos de uma folha de papelão retangular, cujas dimensões são 80 cm e 50 cm, são retirados quadrados cujos lados medem x cm, como mostra a figura a seguir.



- Qual é a área A da parte restante, após a retirada dos quadrados?
- Para quais valores de x a área é menor que $2\,400\text{ cm}^2$?

- ❖ Os exercícios deverão estar prontos no caderno;
- ❖ Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- ❖ Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!