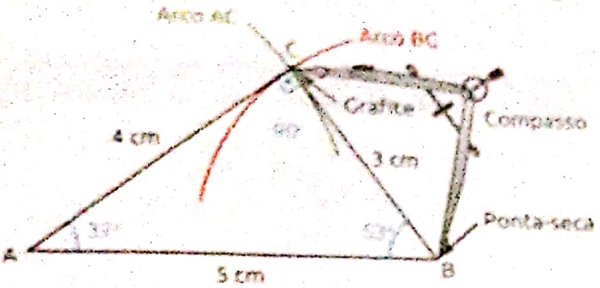
O ponto de intersecção dos dois arcos será o vértice C do triângulo. Ao unir por meio de um segmento os pontos A e C e os pontos B e C, obtemos o triângulo ABC.



Você pode construir outros triângulos com outras medidas desde que os valores escolhidos atendam à condição de existência de triângulos.

a) Com o transferidor, meça cada ângulo e represente-os na figura com a medida inteira aproximada. Quais são as medidas dos ângulos internos do triângulo?

37°, 53° e 90°

b) Complete a tabela a seguir.

Medida do lado	Medida aproximada do ângulo oposto
5 cm	90°
4 cm	53°
3 cm	37°

Em um triângulo, o maior ângulo se opõe ao maior lado e o menor ângulo se opõe ao menor lado.

atividades

1 Analise as afirmações a seguir. Marque as verdadeiras com **V** e as falsas com **F**.

a) (V) Todo triângulo equilátero é acutângulo. Como os ângulos internos de um triângulo equilátero medem 60°, os ângulos são agudos e o triângulo é acutângulo.

b) (V) Triângulos escalenos podem ser acutângulos. Basta que todos os ângulos sejam agudos. Por exemplo, 40°, 60° e 80°.

c) (V) Um triângulo retângulo pode ser isósceles. Um triângulo retângulo cujos ângulos internos medem 90°, 45° e 45° é isósceles.

d) (V) Um triângulo obtusângulo pode ser isósceles. Basta que os dois ângulos agudos sejam congruentes. Por exemplo, 120°, 30° e 30°.

e) (F) Um triângulo retângulo pode ser equilátero. Em um triângulo equilátero todos os ângulos internos medem 60°.

f) (V) Todo triângulo equilátero é isósceles.

2 Em cada triângulo, determine a medida do ângulo que falta. Em seguida, classifique-os de acordo com as medidas de seus ângulos.

a) 60°, 30° e n

$n + 60° + 30° = 180°$

$n = 180° - 60° - 30° = 90°$

O triângulo é retângulo.

d) 45°, b e 90°

$45° + b + 90° = 180°$

$b = 180° - 45° - 90° = 45°$

O triângulo é retângulo.

b) 30°, x e 120°

$30° + x + 120° = 180°$

$x = 180° - 30° - 120° = 30°$

O triângulo é obtusângulo.

e) y, 75° e 45°

$y + 75° + 45° = 180°$

$y = 180° - 75° - 45° = 60°$

O triângulo é acutângulo.

c) a, 60° e 60°

$a + 60° + 60° = 180°$

$a = 180° - 60° - 60° = 60°$

O triângulo é acutângulo.

f) 15°, 15° e z

$15° + 15° + z = 180°$

$z = 180° - 15° - 15° = 150°$

O triângulo é obtusângulo.

3 A praça representada na imagem a seguir é semelhante a um triângulo equilátero cujo perímetro mede 39 m. Calcule a medida de cada lado dessa praça.

Sendo ℓ a medida, em centímetros, de cada lado do triângulo equilátero que representa a praça, temos:

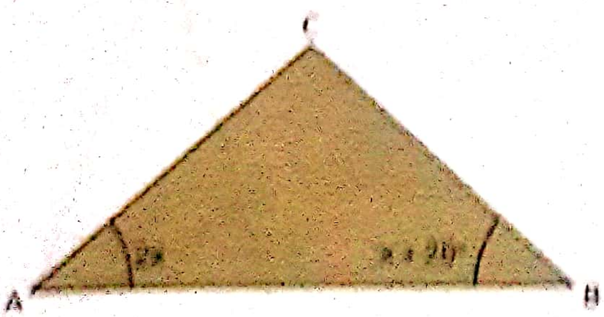
$\ell + \ell + \ell = 39$

$3 \cdot \ell = 39$

$\ell = 13$

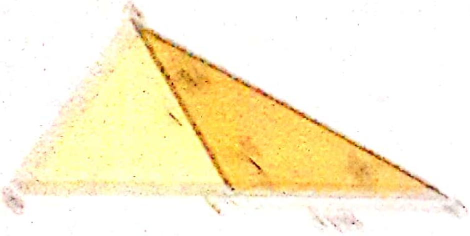
Portanto, a medida de cada lado é igual a 13 m.

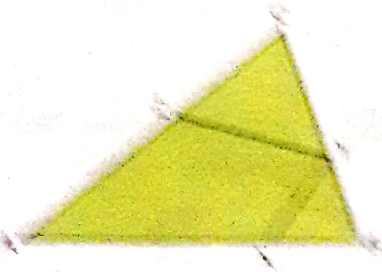
4 Determine a medida dos ângulos internos do triângulo isósceles ABC, considerando que os lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são congruentes.



Em um triângulo isósceles, os ângulos internos opostos aos lados congruentes também são congruentes, ou seja, $2x = x + 20° \Rightarrow x = 20°$.

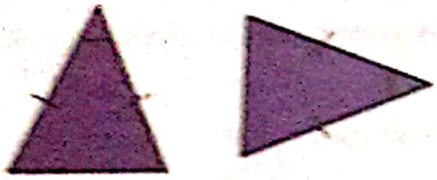
Como $2x = 2 \cdot 20° = 40°$, os ângulos correspondentes aos vértices A e B medem 40°. Sendo z a medida do ângulo correspondente ao vértice C, temos: $z + 40° + 40° = 180° \Rightarrow z = 180° - 40° - 40° \Rightarrow z = 100°$





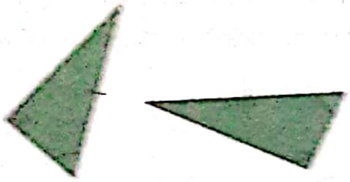
1 Os pares de triângulos a seguir são congruentes. Escreva o caso que justifica a congruência em cada item.

a)



Caso: LAL

c)

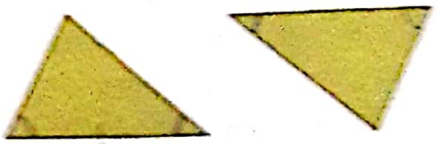


Caso: LAAₒ

b)

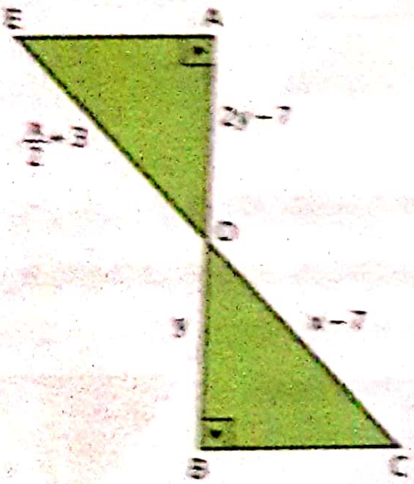
Caso: LLL

d)



Caso: ALA

2 Na figura, D é o ponto médio do segmento AB. Calcule os valores de x e y.



O triângulo ADE é congruente ao triângulo BDC pelo caso ALA.

Então:

- AD = BD

$2y - 7 = y$

$2y - y = 7$

$y = 7$

- DE = DC

$\frac{x}{2} + 3 = x - 7$

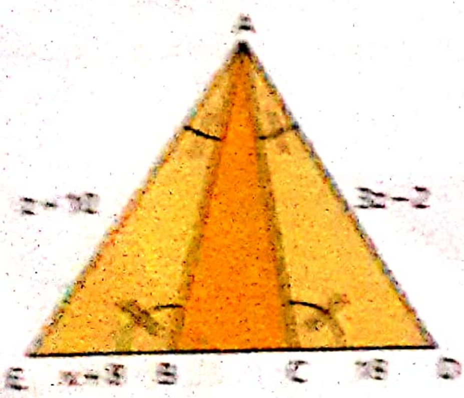
$x + 6 = 2x - 14$

$x - 2x = -14 - 6$

$-x = -20$

$x = 20$

3 No triângulo AED, os pontos B e C, que pertencem ao lado ED, são vértices do triângulo isósceles ABC. Sendo BC o menor lado do triângulo ABC, calcule os valores de x e z.



O triângulo ABE é congruente ao triângulo ACD pelo caso ALA.

AE = AD

$z + 10 = 3z - 2$

$z - 3z = -2 - 10$

$-2z = -12$

$z = 6$

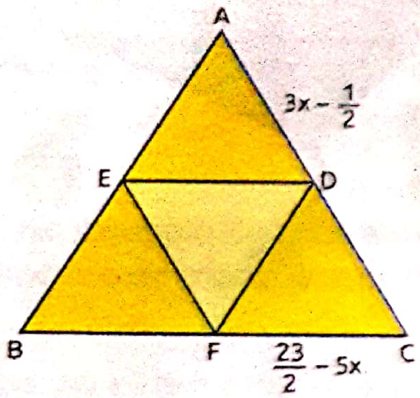
BE = CD

$x + 8 = 18$

$x = 18 - 8$

$x = 10$

4 Na figura abaixo, ABC é um triângulo equilátero e D, E e F são, respectivamente, os pontos médios dos lados AC, AB e BC. Determine o valor de x e o perímetro do triângulo ABC.



Como o triângulo ABC é equilátero, os três ângulos internos são congruentes e medem 60° cada um. Sendo D, E e F os pontos médios dos lados do triângulo ABC, temos:

AE = BE = AD = CD = BF = CF

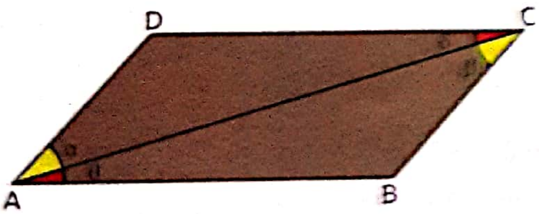
Pelo caso de congruência LAL, os triângulos AED, BFE e CDF são congruentes. Portanto:

$$3x - \frac{1}{2} = \frac{23}{2} - 5x \Rightarrow 3x + 5x = \frac{23}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Como $x = \frac{3}{2}$, $3x - \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$, então os lados do triângulo ABC medem 8.

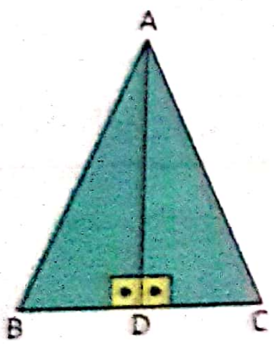
Assim, o perímetro do triângulo ABC é igual a $3 \cdot 8 = 24$.

5 No paralelogramo a seguir, sabe-se que $\alpha \cong \beta$ e $\theta \cong \delta$. Prove que $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ apresentando o caso de congruência.



O lado AC é comum aos triângulos ABC e CDA. Além disso, como $\alpha \cong \beta$ e $\theta \cong \delta$, esses triângulos apresentam os ângulos adjacentes ao lado AC também congruentes. Portanto, os triângulos ABC e CDA são congruentes pelo caso ALA.

6 Na figura a seguir, D é o ponto médio do lado BC. Justifique a congruência dos triângulos ABD e ACD.



O lado AD é comum aos triângulos ABD e ACD.

Os ângulos $A\hat{D}B$ e $A\hat{D}C$ são retos e, portanto, congruentes.

Além disso, $\overline{BD} \cong \overline{CD}$, pois D é o ponto médio do lado BC.

Assim, pelo caso LAL, os triângulos ABD e ACD são congruentes.

atividades

1 Analise as afirmações a seguir. Marque as verdadeiras com **V** e as falsas com **F**.

a) (F) O ponto de intersecção das mediatrizes de um triângulo é denominado baricentro. O ponto é denominado circuncentro.

b) (F) O incentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo. O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.

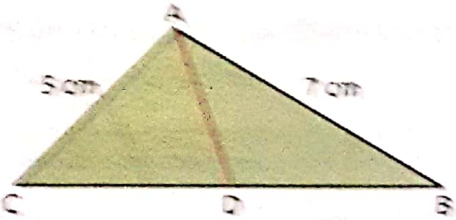
c) (V) O ponto de intersecção das alturas de um triângulo é denominado ortocentro.

d) (V) O baricentro de um triângulo é o ponto de intersecção de suas medianas.

e) (F) O circuncentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo. O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

f) (V) O circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção de suas mediatrizes.

2 Na figura a seguir, $\overline{AD}$ é uma das medianas do triângulo ABC. Qual é a medida do segmento BD, sabendo-se que o perímetro do triângulo é igual a 22 cm?



Sendo **x** a medida, em centímetros, do lado $\overline{BC}$, temos:

$5 + 7 + x = 22 \Rightarrow x = 22 - 5 - 7 \Rightarrow x = 10$

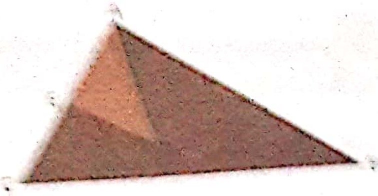
Portanto, a medida do segmento BD é 5 cm, pois D é o ponto médio de $\overline{BC}$.

3 Um empresário deverá fornecer computadores e acessórios para três cidades do estado de São Paulo: São Carlos, Botucatu e São José dos Campos. Por uma questão de economia de transporte, ele pretende construir um depósito que se situe em algum lugar do estado cuja distância em relação a essas três cidades seja a mesma. Considerando-se que as três cidades representam os vértices de um triângulo, qual é o local mais indicado para ele construir esse depósito?

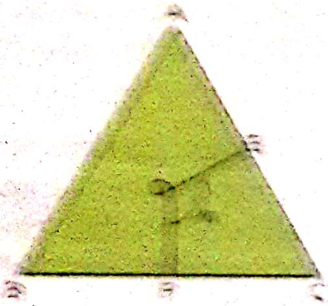
Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016. Adaptação.

No ponto que representa o circuncentro do triângulo formado pelas três cidades.

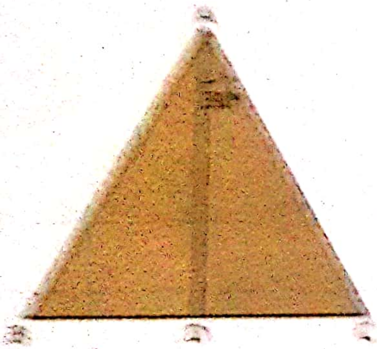
4 No triângulo ABC ao lado, o ângulo BÂC mede 80°. Sabendo que o segmento AD está contido na bissetriz de BÂC e que o segmento ED está contido na mediatriz do lado AC, determine a medida do ângulo EDA.



5 O triângulo da figura é equilátero. Sendo DE e DF segmentos das mediatrizes dos lados AC e BC, calcule a medida do ângulo α.



6 No triângulo ABC, a altura AD, relativa ao lado BC, é a bissetriz do ângulo BÂC. Classifique o triângulo ABC de acordo com as medidas de seus lados.



7 O ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ do triângulo ABC da figura a seguir é 140°. Qual é a medida do ângulo interno $\hat{A}$?