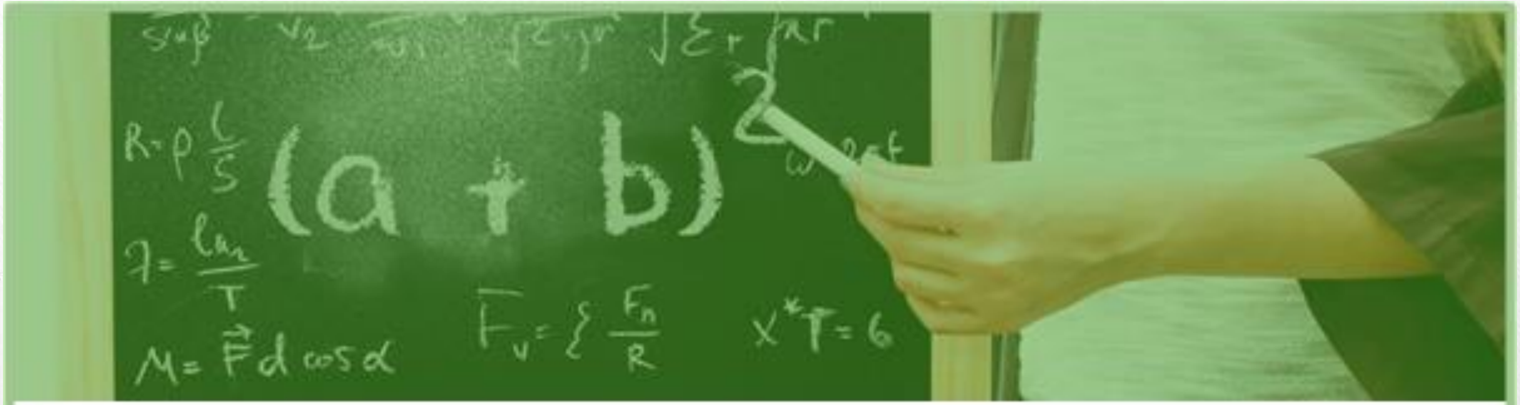


Função Quadrática

CEAB - 1º Ano

Definição de Função Quadrática

Toda função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é denominada função quadrática ou função polinomial do 2º grau quando puder ser escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b, e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

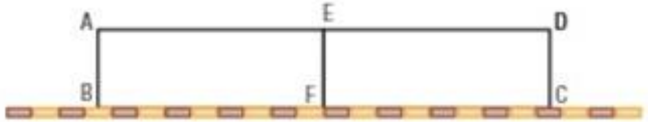
Exemplos:

♦ $f(x) = x^2 + 3x - 5$	$a = 1$	$b = 3$	$c = -5$
♦ $f(x) = -2x^2 + 7x + 1$	$a = -2$	$b = 7$	$c = 1$
♦ $f(x) = 3x^2 - 4$	$a = 3$	$b = 0$	$c = -4$
♦ $f(x) = -5x^2 + \sqrt{3}x$	$a = -5$	$b = \sqrt{3}$	$c = 0$
♦ $f(x) = 10x^2$	$a = 10$	$b = 0$	$c = 0$

Exemplo

O dono de um sítio deseja cercar uma área retangular para criar patos e galinhas aproveitando um muro já existente. Essa área será dividida ao meio, em duas outras áreas retangulares, para separar os patos das galinhas.

Ele dispõe de 36 metros lineares de tela, que deverão ser totalmente utilizados nos lados AB, EF, DC e AD, do esquema a seguir:



a) Sendo x a medida dos lados AB, EF e DC, e y a medida do lado AD, ambas em metros, represente y em função de x.

b) Qual é a área A da região retangular ABCD em função da medida x?

c) Calcule a área da região retangular ABCD para x = 2.

d) Para que valor de x a área de ABCD é igual a 105 metros quadrados?

e) Encontre o valor de x para o qual a área de ABCD é igual a 120 metros quadrados.

a) $3x + y = 36$

$\boxed{y = 36 - 3x}$

b) $A = b * h$

$A = y * x$

$A = (36 - 3x) * x$

$\boxed{A = 36x - 3x^2}$

c) $A = 36x - 3x^2$

$A = 36*2 - 3*2^2$

$A = 72 - 12$

$\boxed{A = 60m^2}$

d) $a = 36x - 3x^2$

$105 = 36x - 3x^2$

$-3x^2 + 36x - 105 = 0 \quad *(-1)$

$3x^2 - 36x + 105 = 0$

$x^2 - 12x + 35 = 0$

$a = 1 \quad b = -12 \quad c = 35$

$\Delta = b^2 - 4 * a * c$

$\Delta = (-12)^2 - 4 * 1 * 35$

$\Delta = 144 - 140$

$\Delta = 4$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 * a}$$

$$X = \frac{-(-12) \pm \sqrt{4}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{12 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{12 + 2}{2}$$

$$x' = \frac{14}{2}$$

$x' = 7$

$$x'' = \frac{12 - 2}{2}$$

$$x'' = \frac{10}{2}$$

$x = 5$

$\boxed{x = 7 \text{ ou } x = 5}$

e) $a = 36x - 3x^2$

$120 = 36x - 3x^2$

$-3x^2 + 36x - 120 = 0 \quad *(-1)$

$3x^3 - 36x + 120 = 0$

$x^2 - 12x + 40 = 0$

$a = 1 \quad b = -12 \quad c = 40$

$\Delta = b^2 - 4 * a * c$

$\Delta = (-12)^2 - 4 * 1 * 40$

$\Delta = 144 - 160$

$\Delta = -16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 * a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{-16}}{2*1}$$

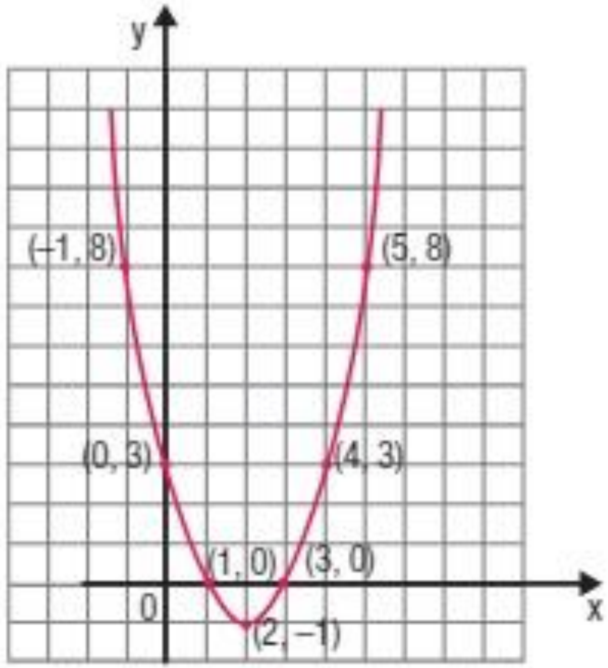
Não existe resultado natural para raiz quadrada de número negativo, logo, não existe solução.

Gráfico da Função Quadrática

O gráfico de qualquer função quadrática é uma parábola.

Exemplo: Dada a função $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$, construa o gráfico da função.

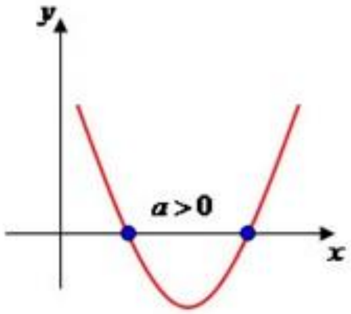
x	$y = f(x) = x^2 - 4x + 3$	(x, y)
0	$y = f(0) = 0^2 - 4*0 + 3 = 3$	(0,3)
1	$y = f(1) = 1^2 - 4*1 + 3 = 0$	(1,0)
2	$y = f(2) = 2^2 - 4*2 + 3 = -1$	(2,-1)
3	$y = f(3) = 3^2 - 4*3 + 3 = 0$	(3,0)
4	$y = f(4) = 4^2 - 4*4 + 3 = 3$	(4,3)

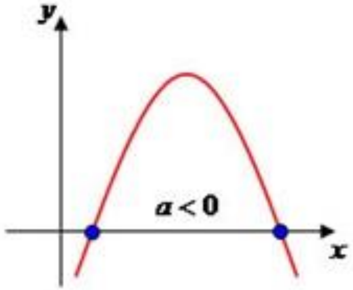


Características do Gráfico da Função Quadrática

Uma parábola que representa o gráfico de uma função f: R→R, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, pode ter a concavidade voltada para cima ou para baixo.

Se $a > 0$, a concavidade é voltada para cima.
Se $a < 0$, a concavidade é voltada para baixo.





Exercícios

1) A função f: R→R é definida por $(m^2 - 9)x^2 + (m - 9)x - 5$.

a) Para quais valores de m a função f é quadrática?
b) Existe algum valor de m para o qual a função é afim?
c) Considere m = 5, calcule o valor de f(2).

a) $m^2 - 9 \neq 0$

$m^2 \neq 9$

$m \neq \sqrt{9}$

$\boxed{m \neq \pm 3}$

b) $m = 3$

$(3^2 - 9)x^2 + (3 - 9)x - 5$

$(9 - 9)x^2 + (-6)x - 5$

$\boxed{0 - 6x - 5 \quad \text{Função Afim}}$

$m = -3$

$((-3)^2 - 9)x^2 + (-3 - 9)x - 5$

$(9 - 9)x^2 + (-12)x - 5$

$0 - 12x - 5$

$\boxed{-12x - 5 \quad \text{Função Afim}}$

c) $m = 5$, f(2)

$(5^2 - 9)x^2 + (5 - 4)x - 5$

$(25 - 9)x^2 + x - 5$

$16x^2 + x - 5$

$F(2) = 16*2^2 + 2 - 5$

$F(2) = 16*4 + (-3)$

$F(2) = 64 - 3$

$\boxed{F(2) = 61}$

Exercícios

2) A respeito de uma função quadrática f, sabe-se que f(0) = 5, f(2) = –1 e f(–1) = 14. Qual é a lei de formação da função f?

$F(x) = ax^2 + bx + c$

$F(0) = a * 0^2 + b * 0 + c = 5 \longrightarrow c = 5$

$F(2) = a * 2^2 + b * 2 + c = -1 \longrightarrow 4a + 2b + c = -1$

$F(-1) = a * (-1)^2 + b * (-1) + c = 14 \longrightarrow a - b + c = 14$

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ a - b + c = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + 2b + 5 = -1 \\ a - b + 5 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = -1 - 5 \\ a - b = 14 - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = -6 \\ a - b = 9 \end{cases} \quad *(2)$$

$$+\begin{cases} 4a + \cancel{2b} = -6 \\ 2a - \cancel{2b} = 18 \end{cases}$$

$6a = 12$

$a = \frac{12}{6} \rightarrow \boxed{a = 2}$

$a - b = 9$

$2 - b = 9$

$-b = 9 - 2$

$-b = 7 \quad *(-1)$

$\boxed{b = -7}$

$\boxed{\text{Lei de Formação: } 2x^2 - 7x + 5}$

Exercícios

3) Determine o valor de p de maneira que o gráfico da função definida por $f(x) = -x^2 + 2x + p$ passe pelo ponto A(4, -5).

$F(4) = -5$

$$F(4) = -(4)^2 + 2 * 4 + p = -5$$
$$-16 + 8 + p = -5$$
$$-8 + p = -5$$
$$p = -5 + 8$$
$$\boxed{p = 3}$$

- Assista o vídeo com a explicação da matéria;
- Os exercícios deverão estar prontos no caderno;
- Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!