capítulo 4

Triângulos e quadriláteros

©Shutterstock/Pat_Me

o que você vai conhecer

- Triângulos
- Quadriláteros

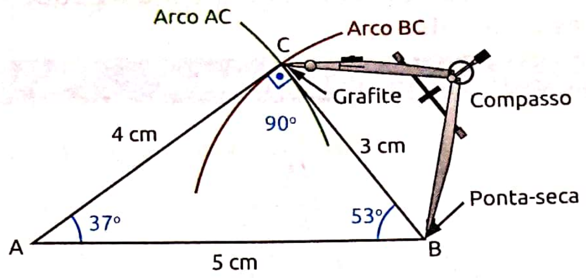
A Torre Eiffel, localizada em Paris, na França, é um dos monumentos mais famosos do mundo. [...]

A construção de 7 300 toneladas apresenta uma estrutura feita de treliças de ferro, cuja montagem se baseia no triângulo, a forma geométrica que é rígida e indeformável.

FIEDERER, Luke. *Clássicos da arquitetura*: Torre Eiffel/Gustave Eiffel. Tradução de Eduardo Souza. Disponível em: <https://www.archdaily.com.br/br/802180/classicos-da-arquitetura-torre-eiffel-gustave-eiffel>. Acesso em: 14 mar. 2019.

Observe a imagem que lustra este capítulo e responda: Por que as estruturas metálicas presentes na

O ponto de intersecção dos dois arcos será o vértice C do triângulo. Ao unir por meio de um segmento os pontos A e C e os pontos B e C, obtemos o triângulo ABC.



Você pode construir outros triângulos com outras medidas desde que os valores escolhidos atendam à condição de existência de triângulos.

a) Com o transferidor, meça cada ângulo e represente-os na figura com a medida inteira aproximada. Quais são as medidas dos ângulos internos do triângulo?

37°, 53° e 90°.

b) Complete a tabela a seguir.

Medida do lado	Medida aproximada do ângulo oposto
5 cm	90°
4 cm	53°
3 cm	37°

Em um triângulo, o maior ângulo se opõe ao maior lado e o menor ângulo se opõe ao menor lado.

atividades

1 Comentários e gabaritos.

1 Analise as afirmações a seguir. Marque as verdadeiras com **V** e as falsas com **F**.

a) (V) Todo triângulo equilátero é acutângulo. Como os ângulos internos de um triângulo equilátero medem 60°, os ângulos são agudos e o triângulo é acutângulo.

b) (V) Triângulos escalenos podem ser acutângulos. Basta que todos os ângulos sejam agudos. Por exemplo, 40°, 60° e 80°.

c) (V) Um triângulo retângulo pode ser isósceles. Um triângulo retângulo cujos ângulos internos medem 90°, 45° e 45° é isósceles.

d) (V) Um triângulo obtusângulo pode ser isósceles. Basta que os dois ângulos agudos sejam congruentes. Por exemplo, 120°, 30° e 30°.

e) (F) Um triângulo retângulo pode ser equilátero. Em um triângulo equilátero, todos os ângulos internos medem 60°.

f) (V) Todo triângulo equilátero é isósceles.

2 Em cada triângulo, determine a medida do ângulo que falta. Em seguida, classifique-os de acordo com as medidas de seus ângulos.

a) 60°, 30° e α

$60° + 30° + \alpha = 180°$
$\alpha = 180° - 60° - 30° = 90°$

O triângulo é retângulo.

b) 30°, x e 120°

$30° + x + 120° = 180°$
$x = 180° - 30° - 120° = 30°$

O triângulo é obtusângulo.

c) a, 60° e 60°

$a + 60° + 60° = 180°$
$a = 180° - 60° - 60° = 60°$

O triângulo é acutângulo.

d) 45°, b e 90°

$45° + b + 90° = 180°$
$b = 180° - 45° - 90° = 45°$

O triângulo é retângulo.

e) y, 75° e 45°

$y + 75° + 45° = 180°$
$y = 180° - 75° - 45° = 60°$

O triângulo é acutângulo.

f) 15°, 15° e z

$15° + 15° + z = 180°$
$z = 180° - 15° - 15° = 150°$

O triângulo é obtusângulo.

3 A praça representada na imagem a seguir é semelhante a um triângulo equilátero cujo perímetro mede 39 m. Calcule a medida de cada lado dessa praça.

Sendo ℓ a medida, em centímetros, de cada lado do triângulo equilátero que representa a praça, temos:

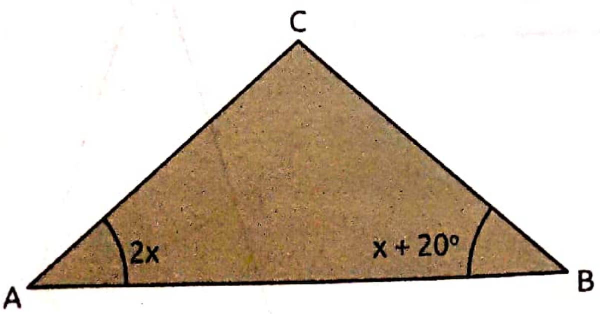
$\ell + \ell + \ell = 39$

$3 \cdot \ell = 39$

$\ell = 13$

Portanto, a medida de cada lado é igual a 13 m.

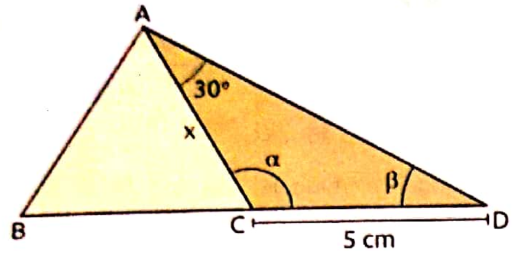
4 Determine a medida dos ângulos internos do triângulo isósceles ABC, considerando que os lado $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são congruentes.



Em um triângulo isósceles, os ângulos internos opostos aos lados congruente também são congruentes, ou seja, $2x = x + 20° \rightarrow x = 20°$.

Como $2x = 2 \cdot 20° = 40°$, os ângulos correspondentes aos vértices A e B m dem 40°. Sendo $\hat{c}$ a medida do ângulo correspondente ao vértice C, tem $c + 40° + 40° = 180° \rightarrow c = 180° - 40° - 40° \rightarrow c = 100°$

5 Na figura, o triângulo ABC é equilátero e os pontos B, C e D estão [illegible] segmento AC e as medidas dos ângulos α e β.



Cada ângulo interno do triângulo ABC mede 60°. Como os pontos B, C e D estão alinhados, temos:

$60° + \alpha = 180° \rightarrow \alpha = 180° - 60° \rightarrow \alpha = 120°$

No triângulo ACD, a soma das medidas dos ângulos internos mede 180°.

$30° + 120° + \beta = 180° \rightarrow \beta = 180° - 30° - 120° \rightarrow \beta = 30°$. Como $\beta = 30°$, o triângulo ACD é isósceles e, portanto, AC = CD, ou seja, x = 5 cm.

6 Classifique, de acordo com os lados, o triângulo que tem seus ângulos internos expressos por $(5x - 40)°$, $(2x + 20)°$ e $(3x)°$.

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180°.

$5x - 40 + 2x + 20 + 3x = 180$

$10x = 180 + 40 - 20$

$10x = 200$

$x = 20$

As medidas dos ângulos internos são:

$(5x - 40)° = (5 \cdot 20 - 40)° = 60°$

$(2x + 20)° = (2 \cdot 20 + 20)° = 60°$

$(3x)° = (3 \cdot 20)° = 60°$

Portanto, o triângulo é equilátero, pois os três ângulos internos são iguais a 60°.

7 Na figura, AB = AC, BX = BY e CZ = CY. Sabendo-se que o ângulo $B\hat{A}C$ mede 40°, qual é a medida do ângulo XYZ?

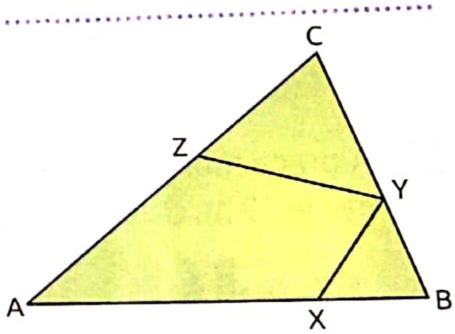
a) 40°

b) 60°

c) 90°

d) 50°

x**e)** 70°



No triângulo ABC, os ângulos B e C são congruentes, pois ele é isósceles. Seja **x** a medida desses ângulos, temos:

$40° + x + x = 180°$

$2x = 180° - 40° \rightarrow 2x = 140° \rightarrow x = 70°$

No triângulo BXY, os ângulos X e Y são congruentes. Seja **y** a medida desses ângulos, temos:

$70° + y + y = 180°$

$2y = 180° - 70° \rightarrow 2y = 110° \rightarrow y = 55°$

No triângulo CYZ, os ângulos Y e Z são congruentes. Seja **z** a medida desses ângulos, temos:

$70° + z + z = 180°$

$2z = 180° - 70° \rightarrow 2z = 110° \rightarrow z = 55°$

Portanto, o ângulo XYZ mede $180° - 55° - 55° = 70°$.

8 (OBMEP) O triângulo ABC é isósceles de base BC e o ângulo $B\hat{A}C$ mede 30°. O triângulo BCD é isósceles de base BD. Determine a medida do ângulo $D\hat{C}A$.

x**a)** 45°

b) 50°

c) 60°

d) 75°

e) 90°