

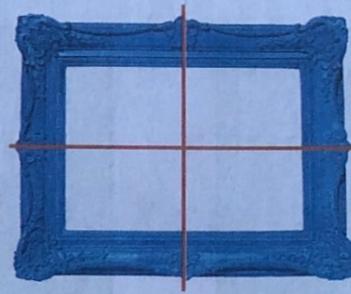
Eixo de simetria

Uma figura com simetria de reflexão pode ter um ou mais eixos de simetria. Isso significa que há mais de uma maneira de "dobrar" a figura de forma que cada ponto corresponda simetricamente a outro.



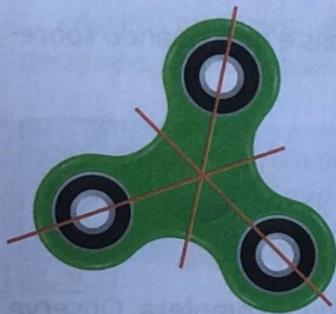
um eixo de simetria

©Shutterstock/Lightspring



dois eixos de simetria

©Shutterstock/KJBevan



três eixos de simetria

©Shutterstock/Dmitriy Samorodinov



quatro eixos de simetria

©Shutterstock/Lovely Mandala



o círculo tem infinitos eixos de simetria

©Shutterstock/Olliven



atividades

- 1 Identifique os símbolos de fabricantes de automóveis que apresentam simetria de reflexão e informe quantos eixos de simetria eles têm.

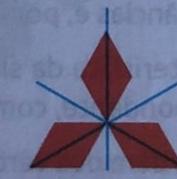
Fotos: ©Shutterstock/
Bashigo/Midogan/Rvisoft



um eixo



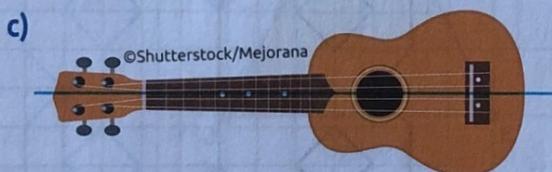
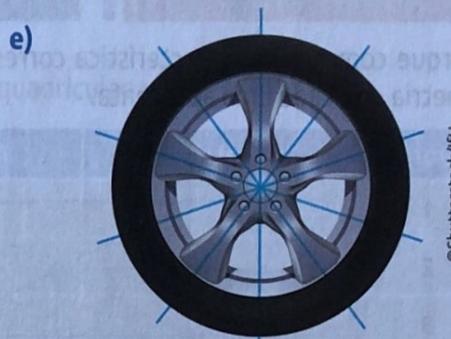
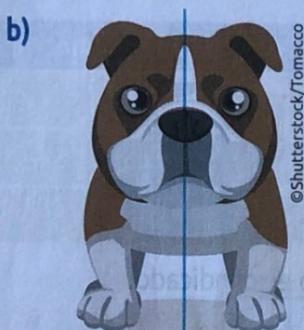
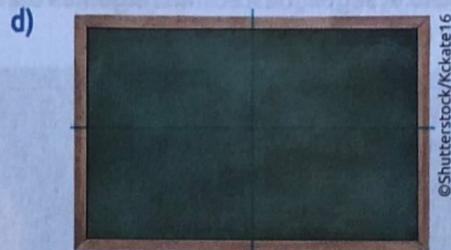
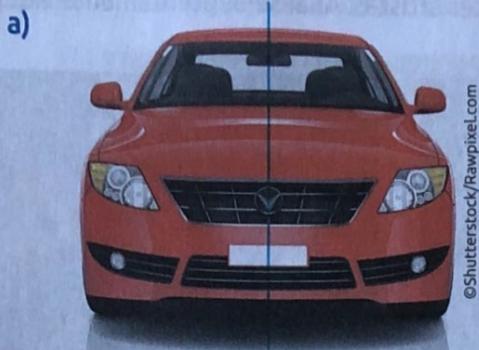
um eixo



três eixos



2 Com a ajuda de uma régua, trace o(s) eixo(s) de simetria de reflexão das figuras a seguir.



3 Pegue uma folha de papel retangular (A4) e divida-a em dois retângulos iguais, A e B.

- ▶ Dobre a parte A ao meio e, mantendo o papel dobrado, recorte uma figura qualquer, de forma que pelo menos uma parte fique conectada pela dobra. Desdobre o papel e cole a figura em seu caderno. Com o auxílio de uma régua, trace o eixo de simetria.
- ▶ Dobre a parte B ao meio duas vezes, de forma que fique dobrada em quatro partes. Faça recortes de modo a preservar o canto no qual todas as partes se juntam. Desdobre o papel e cole a figura em seu caderno. Com o auxílio de uma régua, trace os eixos de simetria.

Agora, responda às questões propostas.

a) Comparando as formas coladas, o que você pode concluir sobre as linhas de dobra?

As linhas dividem as duas figuras em partes exatamente iguais.

b) Compare suas colagens com as de seus colegas. Verifique se sua conclusão também é aplicável às figuras que eles construíram e justifique sua resposta.

Sim, pois a simetria independe da figura escolhida para o recorte.

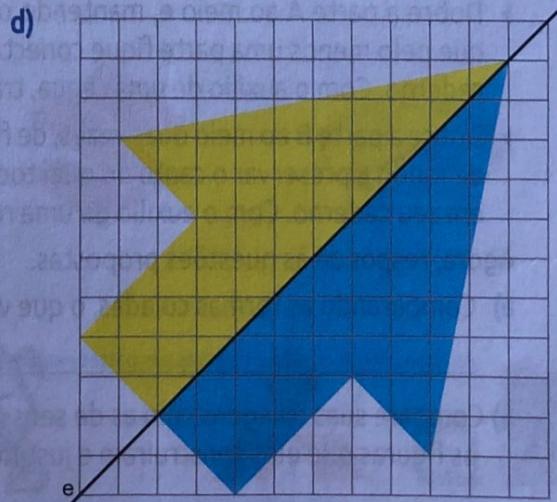
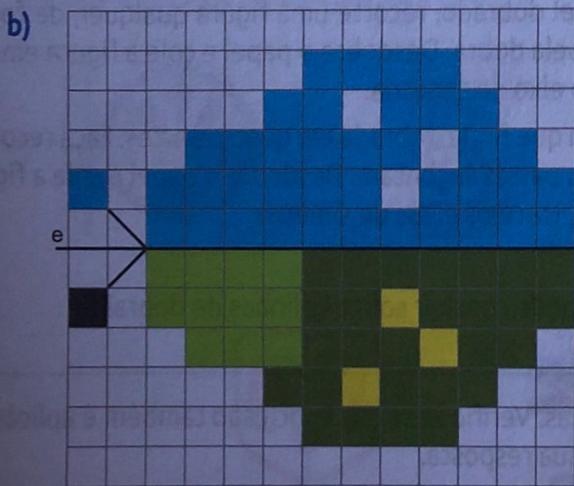
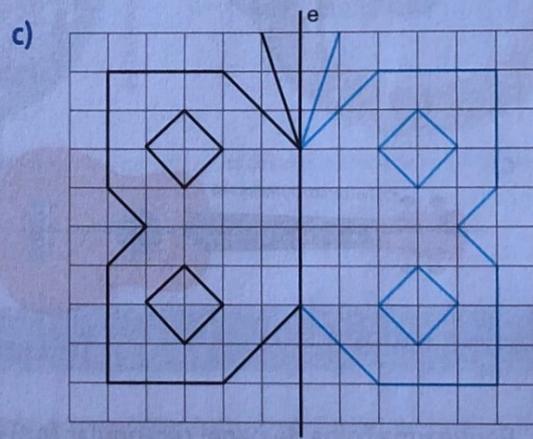
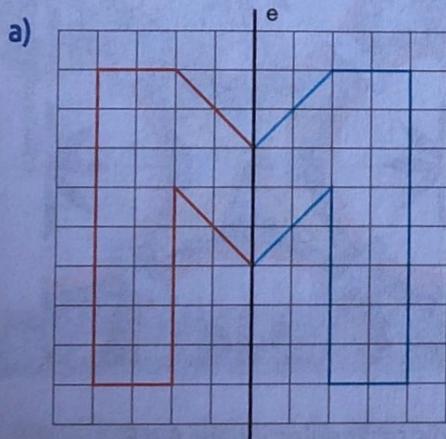
4 Na composição de suas obras de arte, muitas vezes, os artistas plásticos utilizam o conceito de simetria. A seguir, destacamos algumas obras de diferentes artistas. Analise-as atentamente e depois faça o que se pede.



Marque com um X a característica correspondente a cada obra e escreva o número de eixos de simetria que cada uma apresenta.

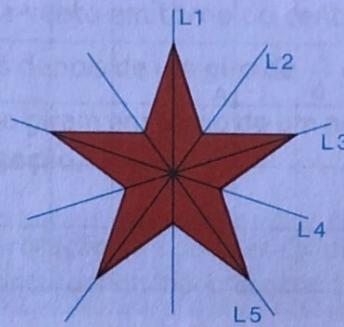
Obra	Simétrica	Assimétrica	Número de eixos de simetria
1		X	0
2	X		1
3	X		2

5 Complete as figuras de modo que apresentem simetria em relação ao eixo indicado.

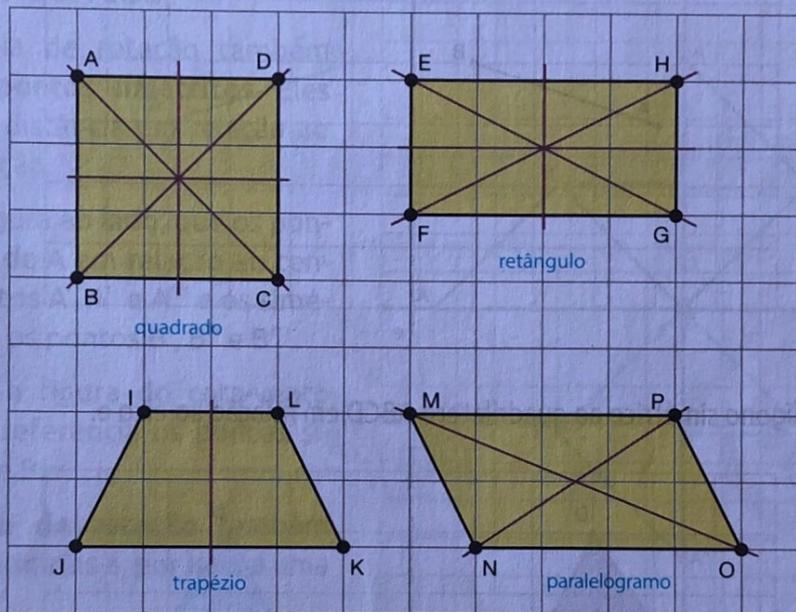


- 6 A seguir, observe a imagem de uma estrela-do-mar e uma representação geométrica dela. Com o auxílio de uma régua, trace todos os eixos de simetria no modelo geométrico que a representa.

©123RF/Przemyslaw Skibinski



- 7 Observe os quadriláteros desenhados sobre a malha quadriculada. 2 Comentários.



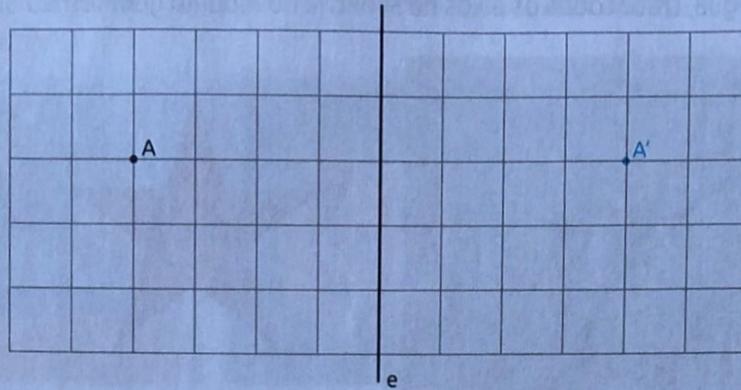
- a) Escreva, abaixo de cada figura, o nome do quadrilátero com base em suas propriedades.
 b) Em quais polígonos os eixos de simetria foram traçados corretamente? Explique sua resposta.

Os eixos de simetria foram traçados corretamente no quadrado e no trapézio. No retângulo, as retas EG e FH não representam eixos de simetria, apesar de dividirem o polígono em duas partes iguais. O mesmo ocorre com o paralelogramo MNOP, que é um polígono sem eixos de simetria.

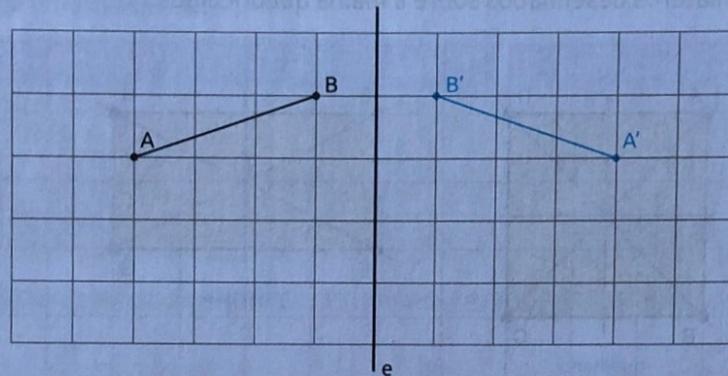
- c) Quais desses quadriláteros não são regulares? Quantos eixos de simetria cada um apresenta?

O retângulo, o trapézio e o paralelogramo não são regulares. O retângulo apresenta dois eixos, o trapézio tem um eixo, e o paralelogramo não tem simetria de reflexão.

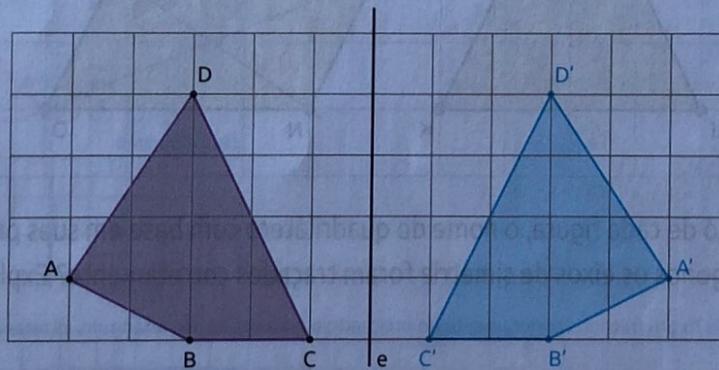
- 8 Marque o ponto A' , simétrico ao ponto A em relação ao eixo e . 3 Comentários.



- 9 Trace o segmento $A'B'$, simétrico ao segmento AB em relação ao eixo e .



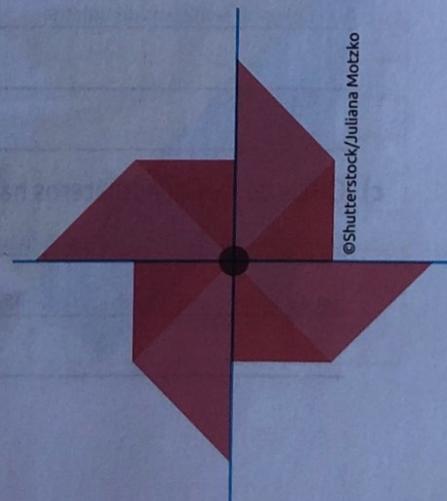
- 10 Construa o polígono simétrico ao quadrilátero $ABCD$ em relação ao eixo e .



Simetria de rotação

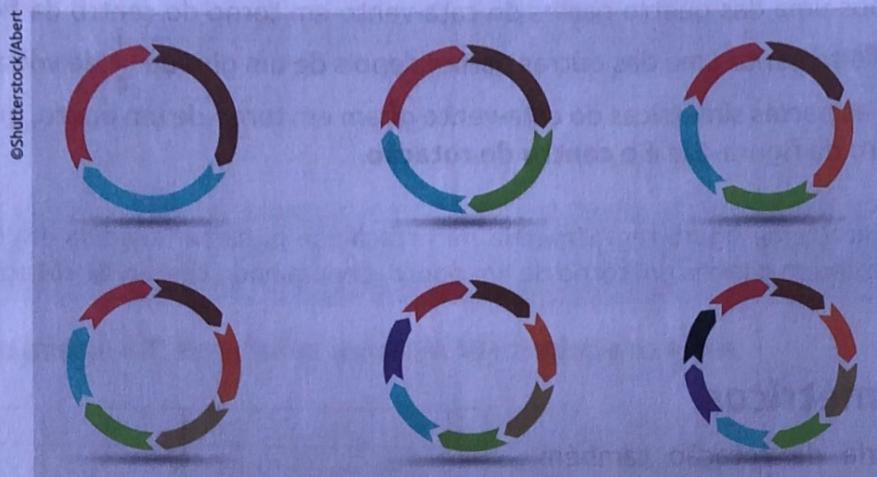
Observe a imagem do cata-vento ao lado. Com a ajuda de uma régua, divida a figura em quatro partes iguais.

Analisando a imagem, podemos concluir que não é possível dobrar a figura sobre uma das retas traçadas de forma que as partes de cada lado estejam espelhadas em relação à reta.



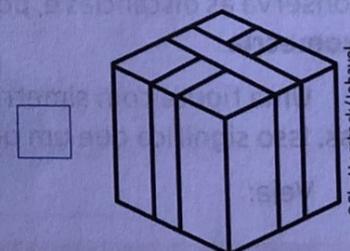
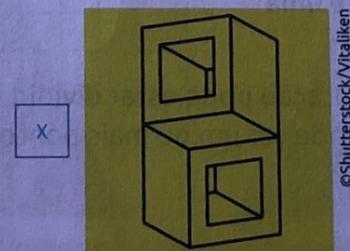
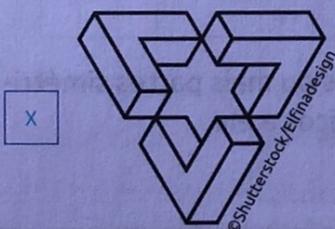
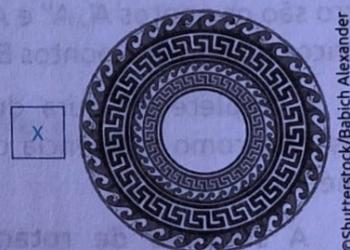
©Shutterstock/Juliana Motzko

O círculo pode ser dividido em quantas partes simétricas desejarmos! Observe a imagem que ilustra essas afirmações.

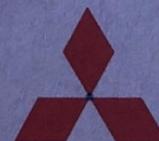
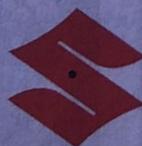


atividades

1 Marque com um X as figuras que apresentam simetria de rotação.

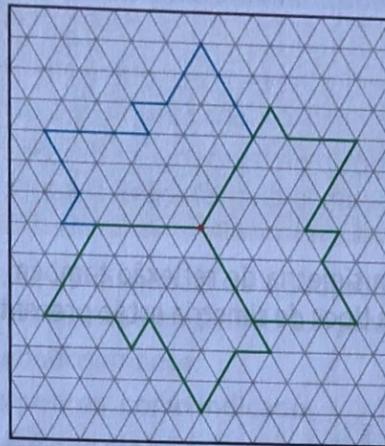
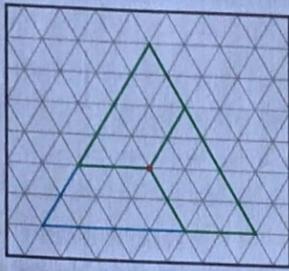


2 Estes símbolos de fabricantes de automóveis apresentam simetria rotacional. Encontre o centro de rotação de cada um.



Fotos: ©Shutterstock/Bashigo/Rvlsoft

- 3 As figuras a seguir estão incompletas, pois cada parte desenhada representa apenas um terço da figura total. Sabendo que existe simetria rotacional em relação ao centro destacado, complete as figuras.

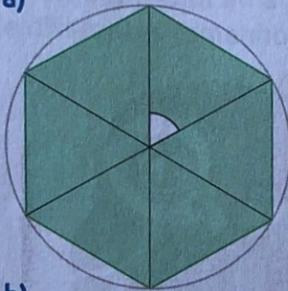


Flaper. 2019. Digital

No 8º ano, será aprofundado o estudo das transformações, e os alunos aprenderão a usar o transferidor como recurso auxiliar para rotacionar figuras. Nesta atividade, mais intuitiva, basta que se use a malha triangular como referência para calcular a distância dos pontos ao centro de rotação.

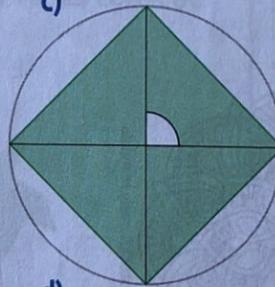
- 4 Os polígonos regulares apresentam simetria de rotação e podem até ser inscritos em uma circunferência. Use um transferidor para medir o ângulo de rotação em cada polígono. Ao lado de cada figura, escreva o nome do polígono e a medida do ângulo de rotação.

a)



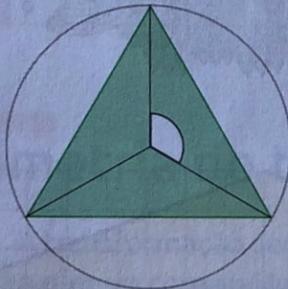
Hexágono regular
Ângulo de rotação: 60°

c)



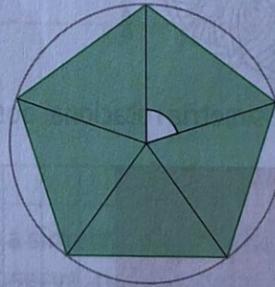
Quadrado
Ângulo de rotação: 90°

b)



Triângulo equilátero
Ângulo de rotação: 120°

d)

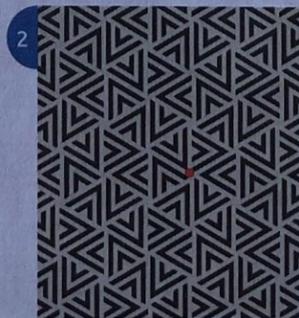


Pentágono regular
Ângulo de rotação: 72°

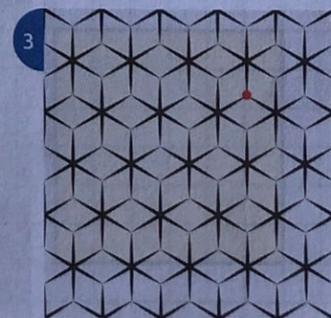
- 5 Os *designers* que elaboram padrões para tecidos muitas vezes usam a rotação em suas criações. A seguir, destacamos alguns padrões desse tipo. Observe o centro de rotação marcado em cada caso.



©Shutterstock/Akilev



©Shutterstock/Curly Pat

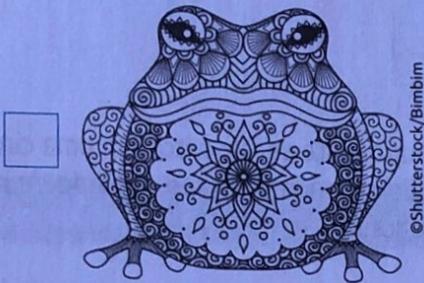


©Shutterstock/Denis Lightman

Escreva o número de vezes que o padrão se repete em uma volta de 360° .

Padrão	Número de repetições do padrão em uma volta completa
1	4
2	3
3	3

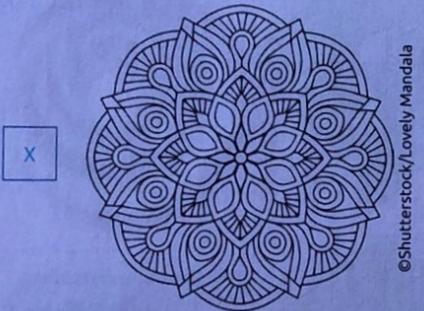
6 Algumas figuras que apresentam simetria de reflexão também apresentam simetria de rotação. Marque as figuras em que os dois tipos de simetria estão presentes.



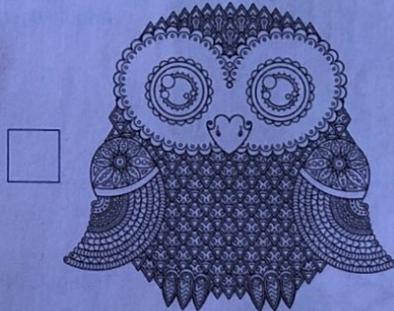
©Shutterstock/Bimbim



©Shutterstock/Urban 4K Design

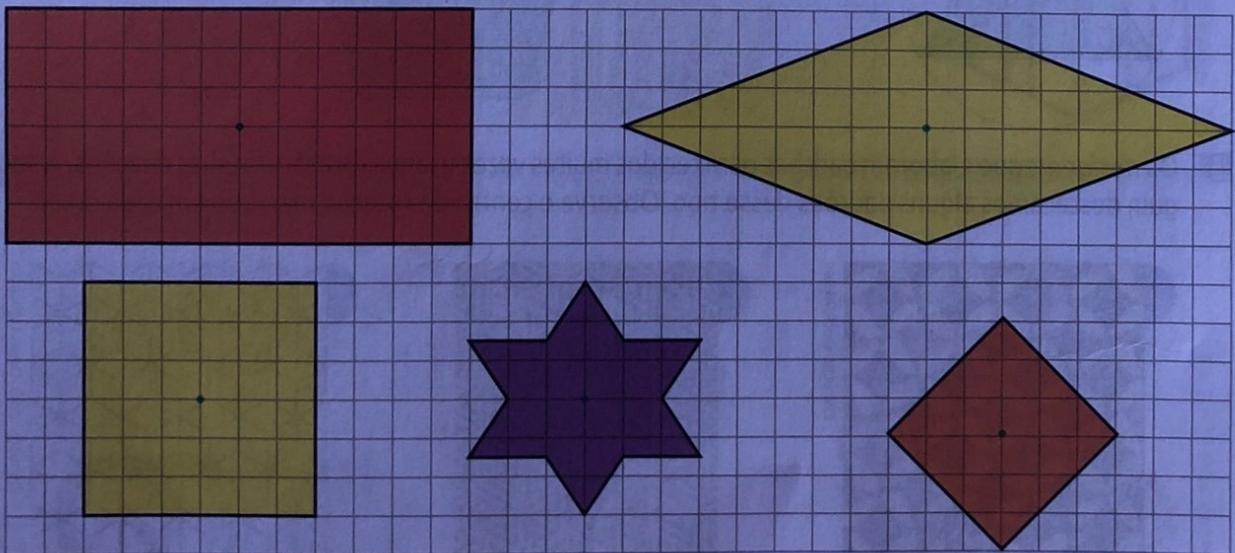


©Shutterstock/Lovely Mandala



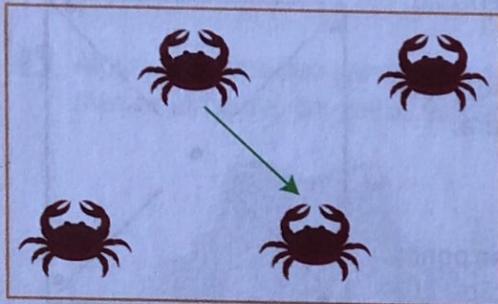
©Shutterstock/Drekhnann

7 Encontre o centro de simetria rotacional dos polígonos a seguir.



Ao criarmos uma faixa decorativa de uma maneira simples, repetindo várias vezes o mesmo padrão, também utilizamos a simetria de translação.

Quando deslocamos uma figura sobre uma reta, em uma certa direção, dizemos que a figura sofreu uma **translação**.



©Shutterstock/Rvector



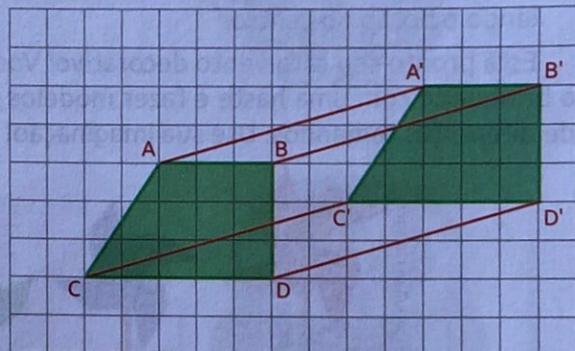
©Shutterstock/Andrey_Kuzmin

Uma figura formada pelo deslocamento de imagens em uma mesma direção e um mesmo plano apresenta **simetria de translação**.



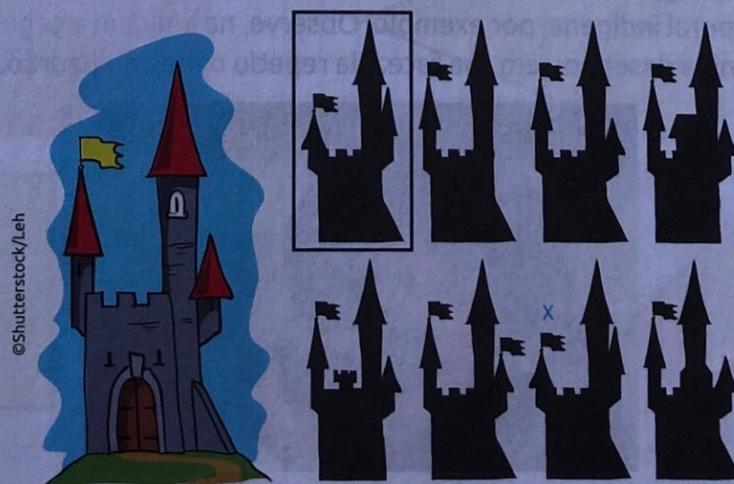
Em uma figura que tenha simetria de translação, a distância entre os pontos da imagem original e seus pontos simétricos na imagem transladada é sempre a mesma. Por isso, dizemos que a simetria de translação também é uma **isometria**.

No trapézio ao lado, cada ponto foi deslocado sete unidades à direita, no sentido horizontal e duas unidades para cima, no sentido vertical.



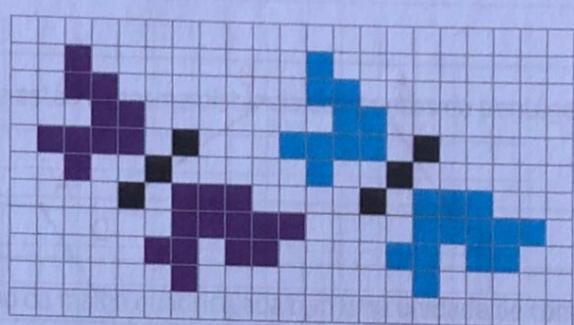
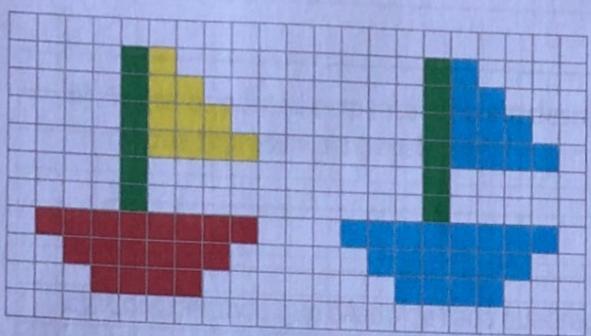
atividades

- 1 Uma figura que sofre uma translação não se altera. Identifique a figura que representa uma translação da sombra que está em destaque.



©Shutterstock/Leh

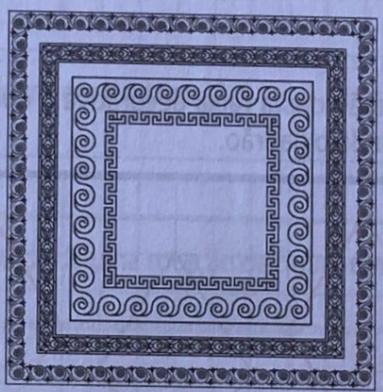
2 Complete as figuras de modo que representem uma translação à direita da imagem que está completa.



3 Identifique os padrões que apresentam simetria de translação.



()



(x)

©Shutterstock/Voropaev Vasily



(x)



©Shutterstock/Prostor

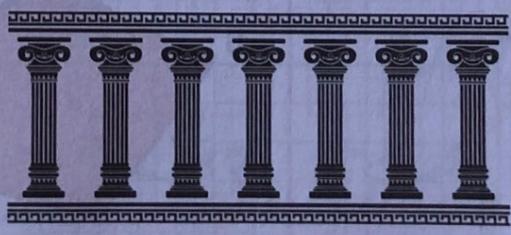


(x)

©Shutterstock/Lanteria



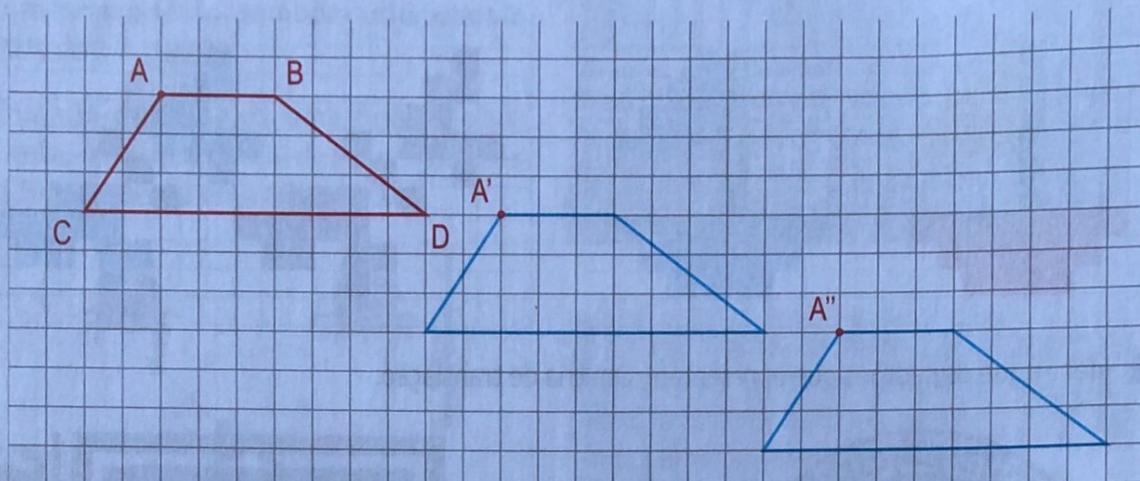
()



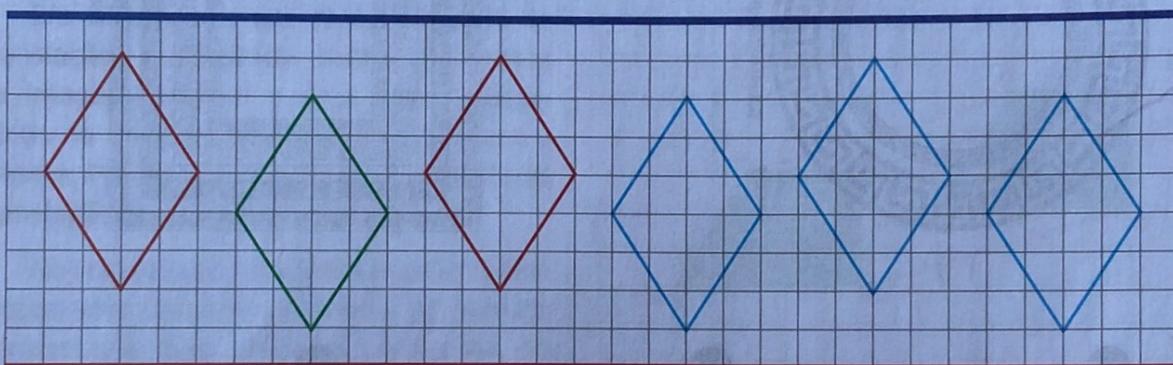
(x)

©Shutterstock/Santi0103

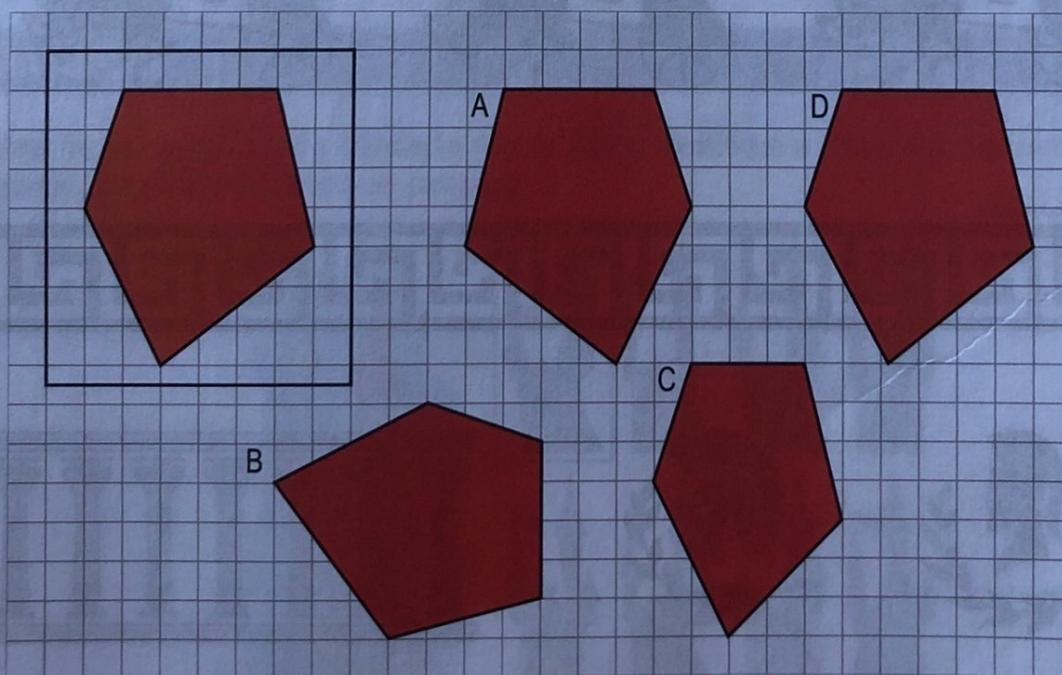
- 4 Desenhe duas translações do trapézio, considerando que os pontos A' e A'' são os simétricos de translação do ponto A .



- 5 O padrão desta faixa decorativa é obtido pela translação repetida de losangos. Complete a faixa seguindo o padrão.



- 6 Em uma translação, a distância de cada ponto da figura original até a figura transladada é sempre a mesma. Observe os pentágonos a seguir e responda às perguntas.



a) Qual dos pentágonos representa a translação do que está em destaque?

O pentágono D.

b) Todos os pontos do pentágono em destaque estão à mesma distância dos pontos do pentágono que representa a translação?

Sim.

c) Considerando que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada tem uma unidade de comprimento, qual é a distância entre o pentágono em destaque e sua imagem após a translação?

A distância é de 19 unidades de comprimento.

d) Qual dos pentágonos representa uma reflexão da figura em destaque?

O pentágono A.

e) Qual dos pentágonos representa uma translação seguida de uma rotação da figura em destaque?

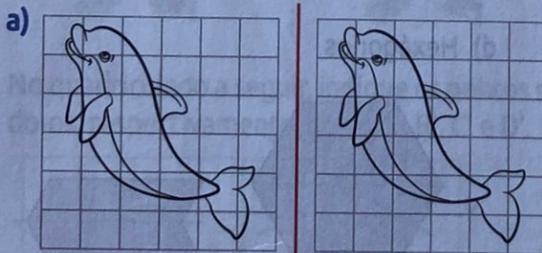
O pentágono B.



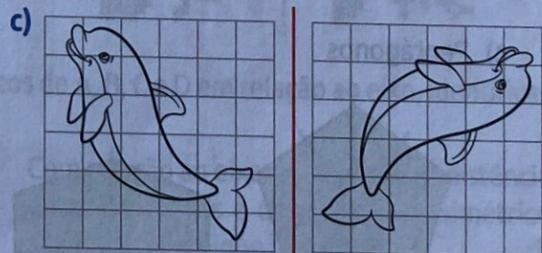
o que já conquistei

As alternativas a, b e c não representam simetria de reflexão, pois os pontos da segunda imagem não se encontram à mesma distância do eixo.

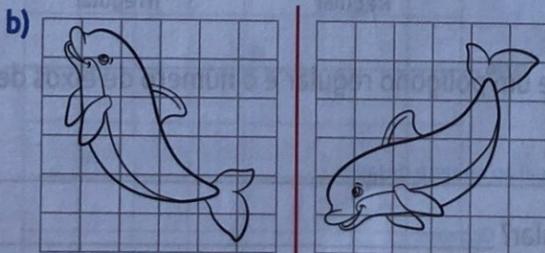
1 Com relação ao eixo de simetria indicado, qual das alternativas corresponde à simetria de reflexão?



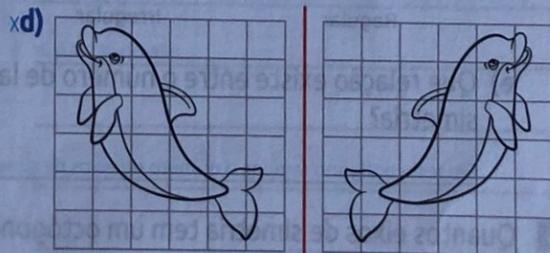
eixo de simetria



eixo de simetria



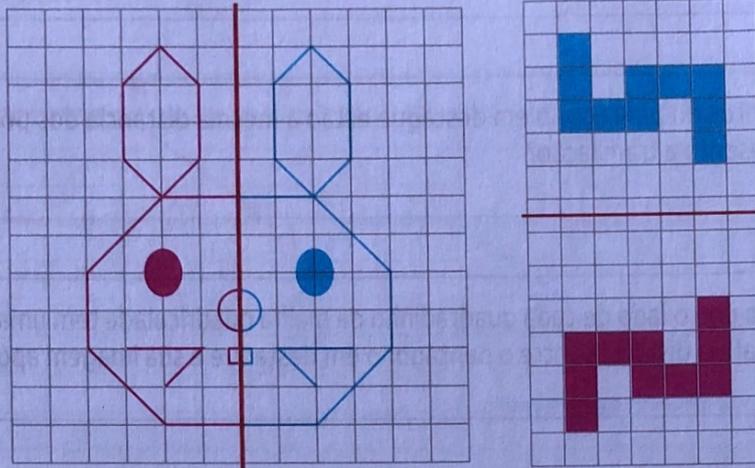
eixo de simetria



eixo de simetria

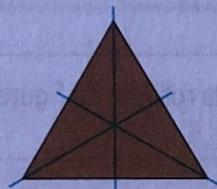
2 Para cada uma das figuras, obtenha uma figura simétrica em relação ao eixo de simetria indicado.

4 Comentários.



3 Trace todos os eixos de simetria dos polígonos a seguir.

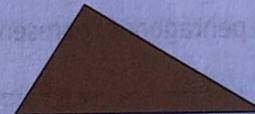
a) Triângulos



Equilátero

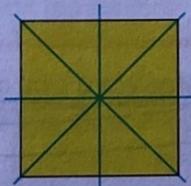


Isósceles



Escaleno

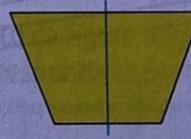
b) Quadriláteros



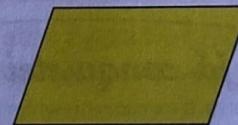
Quadrado



Retângulo

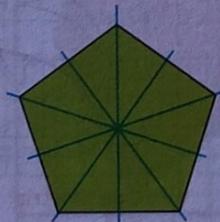


Trapézio

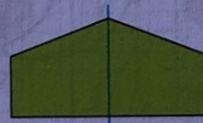


Paralelogramo

c) Pentágonos

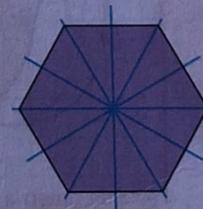


Regular

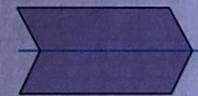


Irregular

d) Hexágonos



Regular



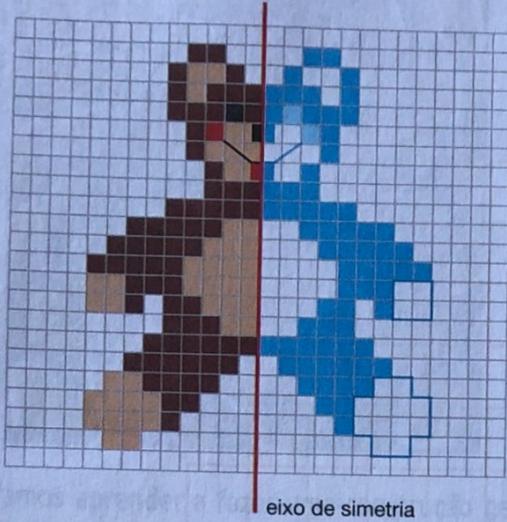
Irregular

e) Que relação existe entre o número de lados de um polígono regular e o número de eixos de simetria?

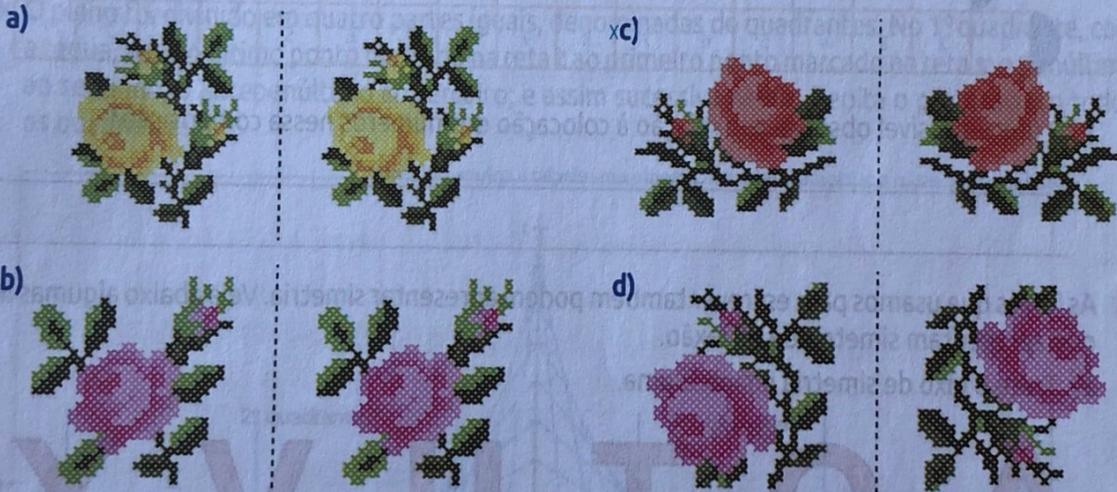
Em todo polígono regular, o número de eixos de simetria é igual ao número de lados.

4 Quantos eixos de simetria tem um octógono regular? Oito eixos.

- 5 A simetria também está presente no artesanato, como nos quadriculados que orientam o bordado de ponto cruz. Observando os desenhos, complete-os simetricamente.

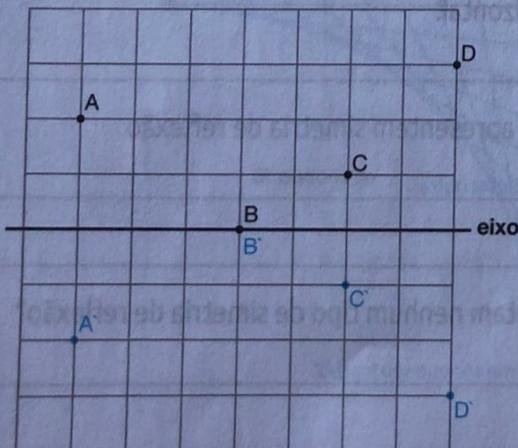


- 6 Marta recebeu uma encomenda para bordar uma toalha. A cliente pediu um bordado com duas rosas, que devem ser simétricas em relação à linha pontilhada. Marque a faixa que mostra como deve ficar o bordado para que atenda ao pedido da cliente.



©Shutterstock/Ola Koval

- 7 No quadriculado a seguir, indique os pontos simétricos de A, B, C e D em relação ao eixo, identificando-os, respectivamente, como A', B', C' e D'.



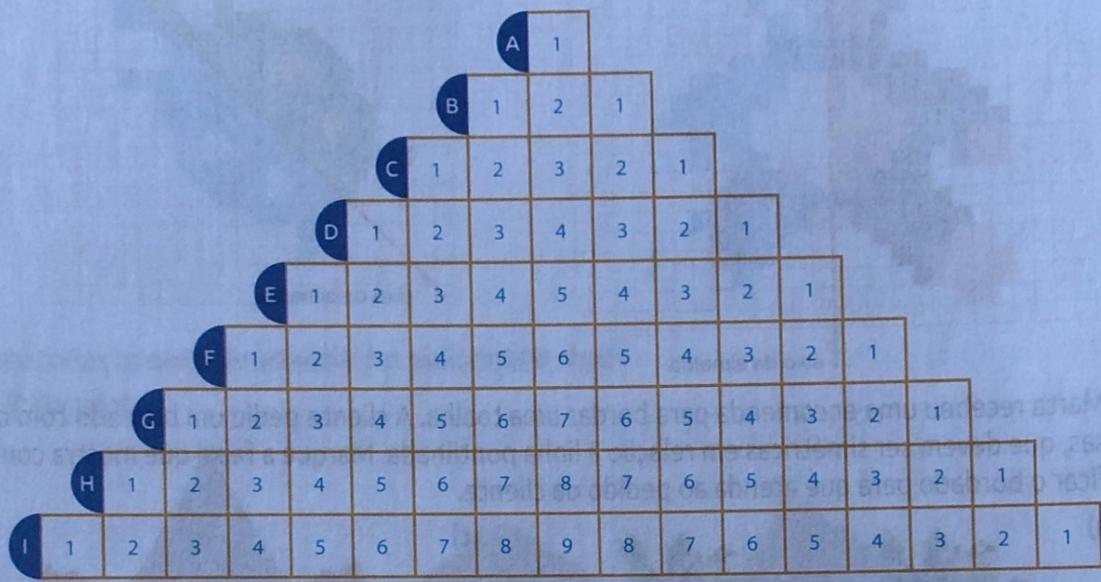
Com relação ao eixo de simetria, as distâncias entre os pontos e os respectivos simétricos são iguais? Explique sua resposta.

Sim, porque os pontos e seus simétricos estão à mesma

distância do eixo.

8 Resolva as operações indicadas. Você perceberá que os resultados obedecem a um padrão. Registre cada número obtido na pirâmide a seguir, escrevendo um algarismo por quadradinho.

- a) 1^2
- b) 11^2
- c) 111^2
- d) 1111^2
- e) 11111^2
- f) 111111^2
- g) 1111111^2
- h) 11111111^2
- i) 111111111^2



▶ O que é possível observar em relação à colocação dos números nessa composição?

Os algarismos estão posicionados simetricamente em relação à coluna do centro.

9 As letras que usamos para escrever também podem apresentar simetria. Veja abaixo algumas letras que apresentam simetria de reflexão.

a) Trace o eixo de simetria em cada uma.



b) Escreva três letras cujo eixo de simetria seja horizontal.

B, C, D, E, H, I, O, X.

c) Escreva duas palavras da língua portuguesa que apresentem simetria de reflexão.

Vertical: AMA, ATA, MIM, entre outras. Horizontal: CHEIO, COCO, entre outras.

d) Quais são as letras do alfabeto que não apresentam nenhum tipo de simetria de reflexão?

F, G, J, K, L, N, P, Q, R, S, Z. Observe que a letra "L" tem sua "perna" menor que seu "corpo".

Agora, responda às questões. [5](#) Comentários.

a) Essa figura apresenta quantos eixos de simetria?

Quatro eixos de simetria.

b) Pode existir uma figura com infinitos eixos de simetria? Se sim, cite um exemplo.

Sim, o círculo.

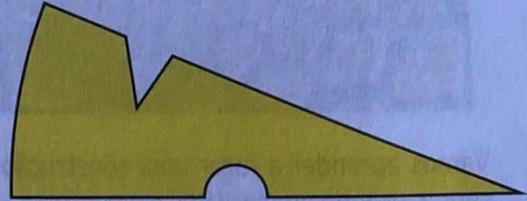
c) Que impressão você tem quando olha fixamente para essa figura por alguns segundos?

Sugestão: Que ela sai do plano e se projeta para a frente.

11 Recorte o círculo disponível no **material de apoio** e siga as instruções abaixo.

Dobre o papel pela metade, fazendo as bordas coincidirem e obtendo metade de um círculo. Dobre o papel mais 3 vezes, sempre pela metade, até que o resultado seja algo parecido com a fatia de uma pizza.

Com uma tesoura, faça recortes nas bordas do papel dobrado, a seu gosto. Quando ficar satisfeito com os recortes, desdobre o papel cuidadosamente e responda às perguntas a seguir. [6](#) Comentários.



a) Sua figura é simétrica?

Sim.

b) Quantos eixos de simetria ela apresenta?

Pessoal.

c) Somente as linhas das dobras funcionam como eixo de simetria?

Pessoal.

▶ Gostou da brincadeira? Então, recorte novos círculos para criar mais obras de arte.

12 Esta é a imagem vista de cima da sombrinha de Catarina:



©Shutterstock/Sapann Design

Em uma ventania, a sombrinha foi arrastada e misturou-se a outras, muito parecidas. Qual das sombrinhas representadas abaixo é a sombrinha de Catarina?

a)



c)



e)



x b)



d)



16 Agora, observe um quadrado mágico de ordem 4. Complete o quadrado ao lado de forma que ele apresente simetria de rotação em relação ao primeiro.

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

4	9	5	16
15	6	10	3
14	7	11	2
1	12	8	13

- ▶ O que podemos dizer sobre o resultado das somas dos números das linhas dos quadrados mágicos de ordens 3 e 4, ao sofrerem uma rotação?

Os quadrados mágicos mantêm a propriedade de o resultado das somas permanecer o mesmo.

17 Na malha quadriculada abaixo, duas figuras sofreram várias transformações sucessivas, todas elas sendo isometrias. Identifique as simetrias que há entre as figuras.

1 Translação

2 Translação

3 Rotação

4 Reflexão

5 Rotação

6 Reflexão

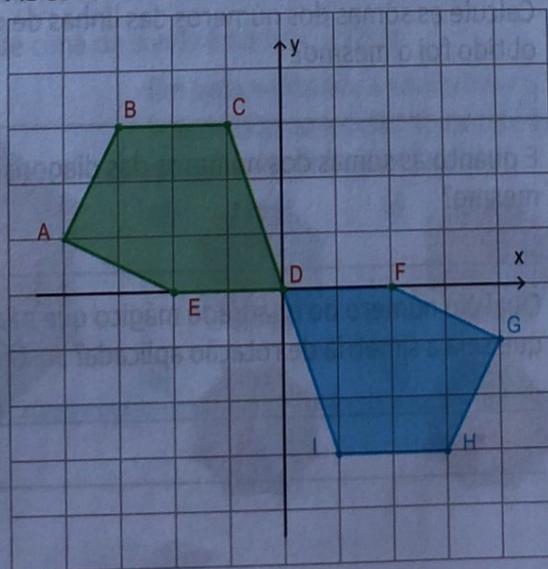
5 Rotação

6 Reflexão

7 Translação

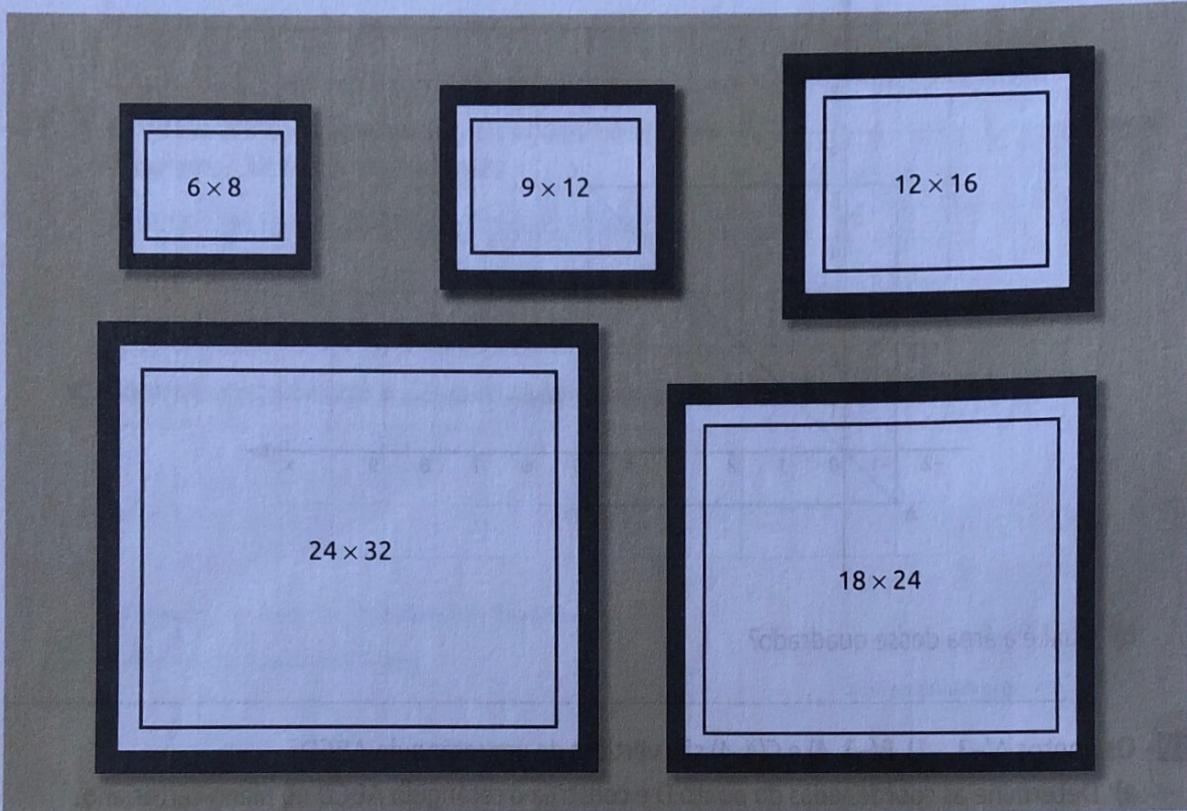
8 Rotação

18 No plano cartesiano a seguir, o pentágono ABCDE será rotacionado 180° em torno do ponto D, ou seja, o simétrico do ponto E é o ponto F. Construa o pentágono DFGHI resultante dessa rotação, simétrico ao pentágono ABCDE.



Ampliação e redução

Giordano trabalha em uma loja que faz impressão de fotos. Na loja, há um mostruário em que se especificam, em centímetros, os tamanhos de impressão oferecidos.



©Shutterstock/Anton Prohorov

Um cliente encomendou uma foto no tamanho $24 \text{ cm} \times 32 \text{ cm}$ e ficou muito satisfeito com o resultado. Resolveu, então, fazer várias cópias, no tamanho $12 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$. Para atender ao pedido, Giordano teve de reduzir a imagem. A altura e a largura da foto foram divididas por 2.

- ▶ Quais eram as medidas da foto original?

24 cm de largura e 32 cm de altura.

- ▶ Quais eram as medidas da foto reduzida?

12 cm de largura e 16 cm de altura.

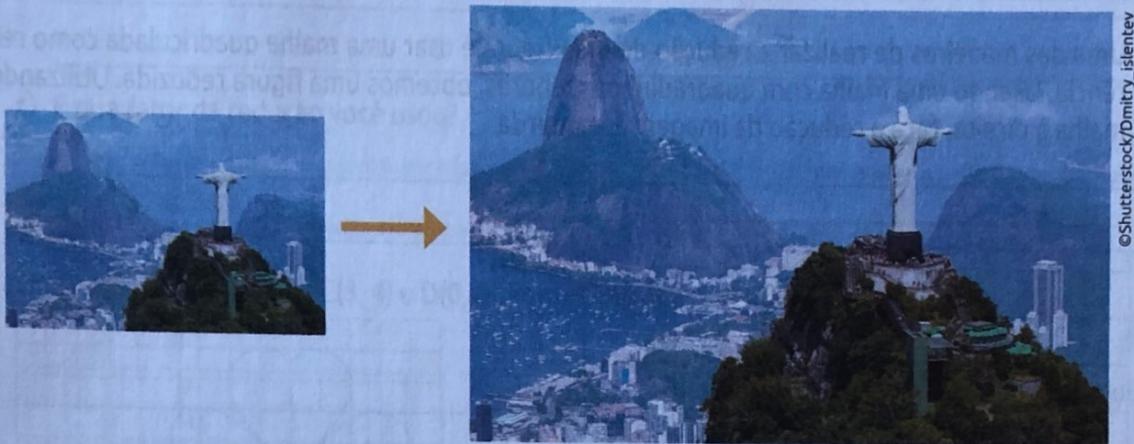
- ▶ Dividindo as medidas da foto original pelas medidas da foto reduzida, que número obtemos?

O número 2.



©Shutterstock/Tom Wang

Esta foto do Rio de Janeiro foi reproduzida em um tamanho maior que o original:



- ▶ Use uma régua para medir e complete a tabela com as medidas das figuras original e ampliada. Em seguida, utilize uma calculadora para dividir as medidas da imagem ampliada pelas medidas da imagem original.

	Original	Ampliada (A1)	Resultado da divisão
Largura total da imagem	4,2 cm	8,4 cm	2
Altura total da imagem	2,8 cm	5,6 cm	2
Altura da estátua do Cristo Redentor na imagem	1,0 cm	2 cm	2
Abertura dos braços do Cristo Redentor na imagem	0,7 cm	1,4 cm	2

- ▶ O que acontece com as medidas de comprimento em uma imagem ampliada?

Todas as medidas de comprimento ficam maiores.

- ▶ O que acontece ao dividirmos as medidas da imagem ampliada pelas medidas da imagem original?

O resultado é sempre o mesmo ou bem próximo (dependendo das medições feitas).

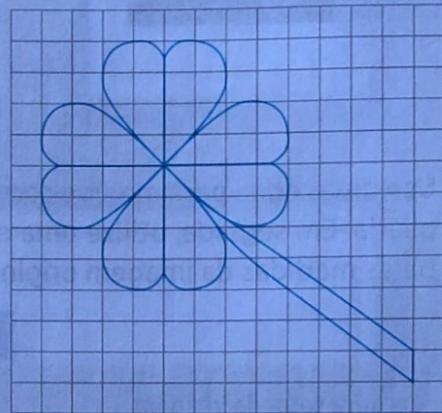
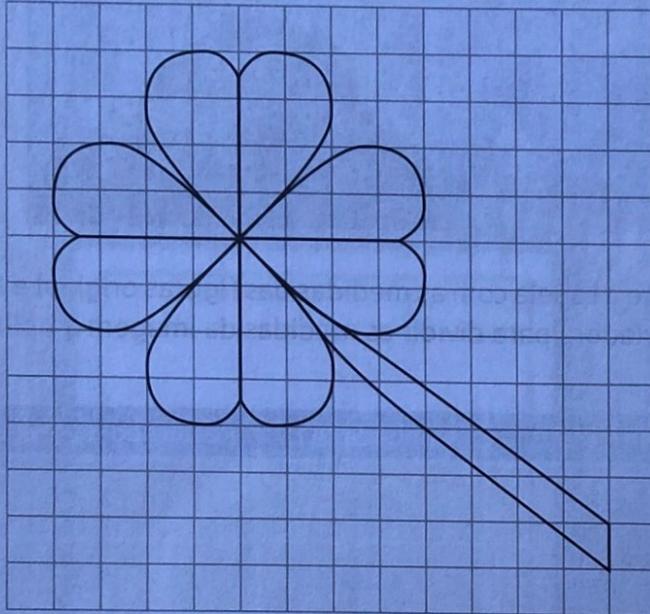
Quando todas as medidas de uma imagem são aumentadas em uma mesma proporção, dizemos que a imagem sofreu uma **ampliação**. O resultado da divisão das medidas da imagem ampliada pelas medidas da imagem original é chamado de **fator de ampliação**.

Giordano atendeu ao pedido de um cliente para fazer cópias em tamanho 6×8 de uma foto cujo tamanho original era 18×24 . Para isso, ele teve de reduzir a imagem original.

Quando todas as medidas de uma imagem são reduzidas em uma mesma proporção, dizemos que a imagem sofreu uma **redução**. O resultado da divisão das medidas da imagem reduzida pelas medidas da imagem original é chamado de **fator de redução**.



- 1 Uma das maneiras de realizar a redução de uma figura é usar uma malha quadriculada como referência. Usando uma malha com quadradinhos menores, obtemos uma figura reduzida. Utilizando a malha à direita, faça a redução da imagem à esquerda.



- 2 Também podemos fazer uma ampliação ou uma redução usando o mesmo tamanho de malha quadriculada.

a) Faça uma versão ampliada e uma reduzida da imagem na malha quadriculada a seguir.



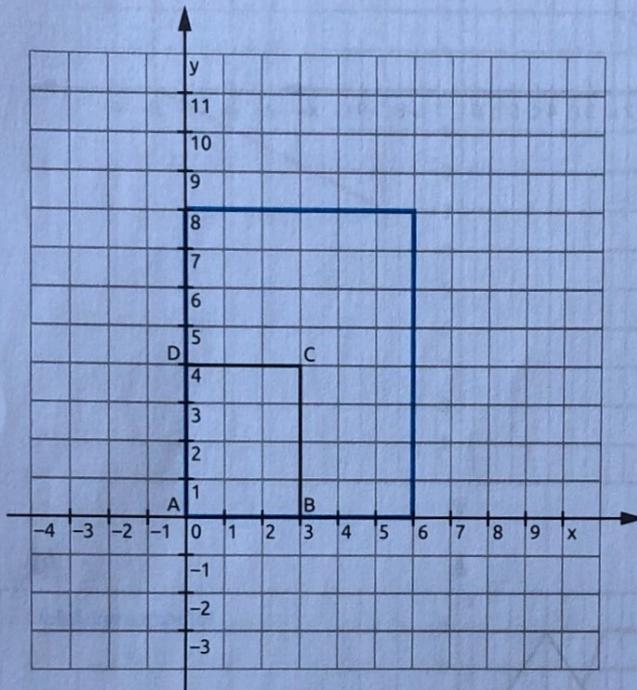
b) Que fator de ampliação você usou em seu desenho?

Pessoal.

c) E que fator de redução você usou?

Pessoal. Nessa atividade, o mais fácil é usar o fator de ampliação 2 e o de redução 0,5, mas os alunos podem obter resultados diferentes, caso não façam os traços exatamente sobre as linhas da malha.

3 Os pontos $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, 4)$ e $D(0, 4)$ são vértices de um retângulo.



a) Construa uma ampliação do retângulo ABCD, com fator 2, em que um dos vértices coincida com o ponto A.

b) Qual é o perímetro do retângulo ABCD, considerando-se que cada quadradinho da malha tem lado de 1 unidade de comprimento?

14 u.c.

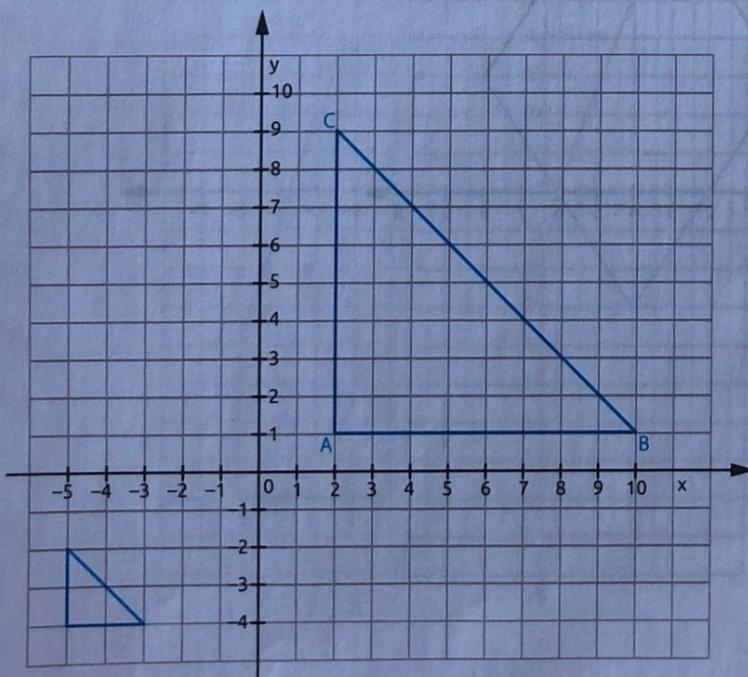
c) Qual é o perímetro da ampliação do retângulo ABCD?

28 u.c.

d) Qual foi o fator de ampliação aplicado ao perímetro de ABCD?

Fator 2.

4 Os pontos $A(2, 1)$, $B(10, 1)$ e $C(2, 9)$ são vértices de um triângulo.



a) Represente o triângulo ABC no plano cartesiano.

b) Desenhe uma redução de ABC em que dois dos vértices sejam os pontos $(-5, -4)$ e $(-3, -4)$.

c) Quais são as coordenadas do terceiro vértice do triângulo reduzido?

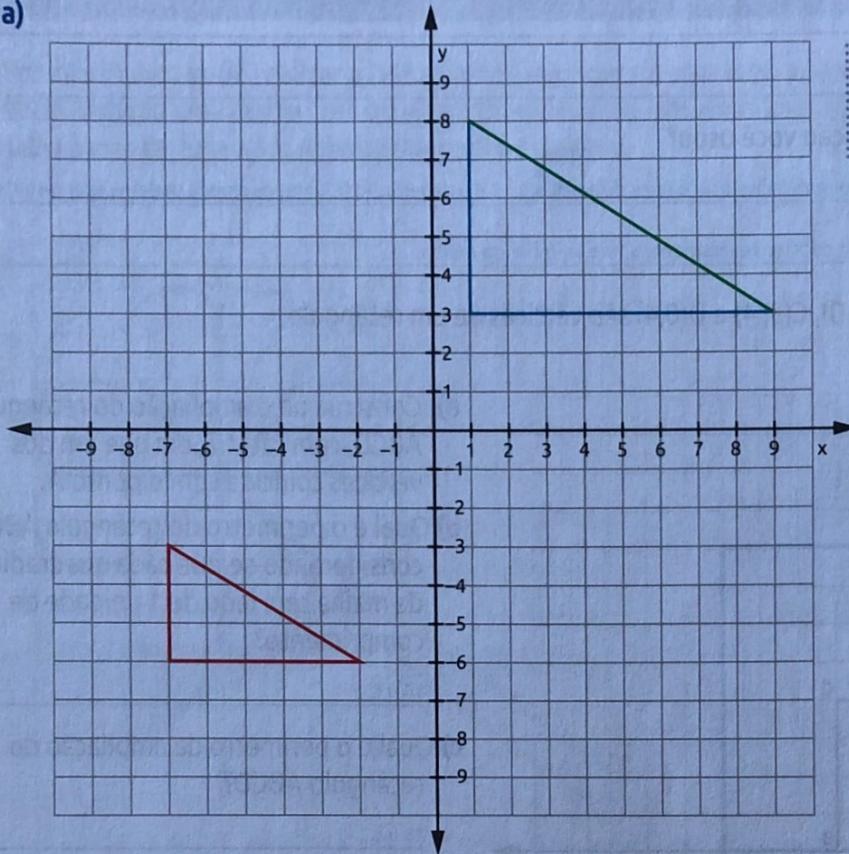
$(-5, -2)$

d) Qual foi o fator de redução utilizado nessa transformação geométrica?

Dividindo o lado do polígono reduzido pelo lado do polígono original, obtemos 0,25, que é o fator de redução.

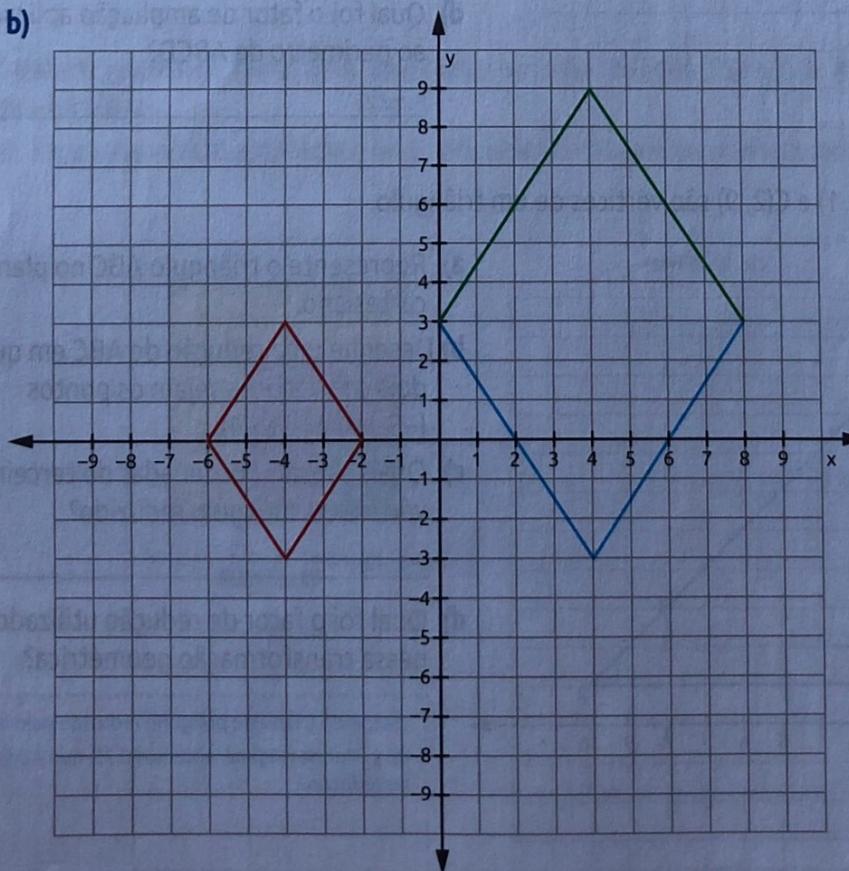
5 Complete as ampliações das figuras a seguir e calcule os fatores de ampliação.

a)



Fator de ampliação:
1,66...

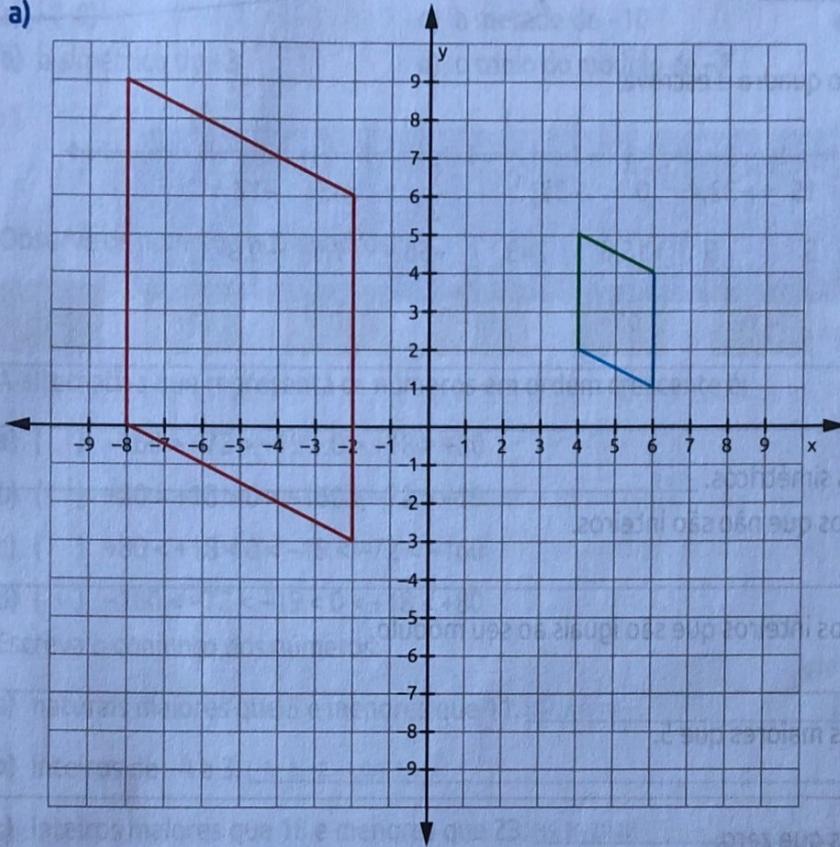
b)



Fator de ampliação:
2

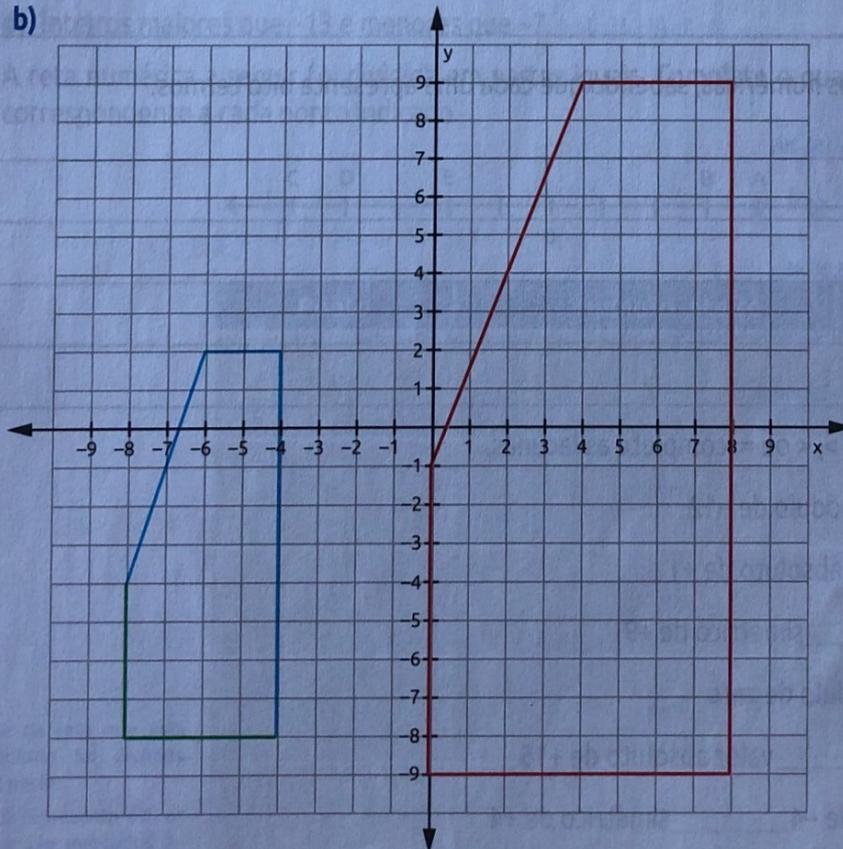
6 Complete as reduções das figuras a seguir e calcule os fatores de redução.

a)



Fator de redução:
0,33...

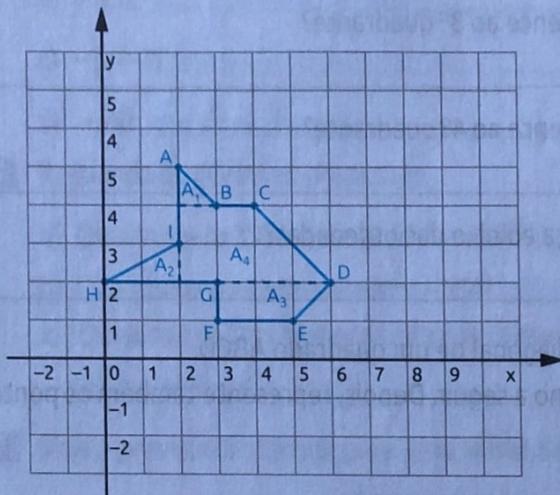
b)



Fator de redução:
0,5

- 14 Represente os pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I no plano cartesiano a seguir e calcule a área da região limitada pelo polígono ABCDEFGHI, dividindo-o de maneira conveniente em outros polígonos.

A(2, 5); B(3, 4); C(4, 4); D(6, 2); E(5, 1); F(3, 1); G(3, 2); H(0, 2); I(2, 3)



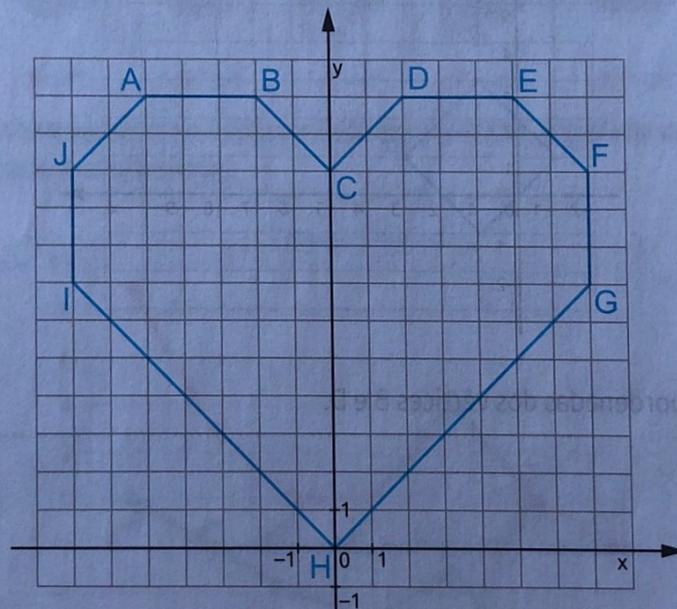
Existem várias maneiras de dividir o polígono em outros polígonos menores. Dividindo-o em quatro regiões (dois trapézios e dois triângulos), de acordo com a figura anterior, temos:

$$\text{Área de ABCDEFGHI} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$\text{Área de ABCDEFGHI} = \frac{1 \cdot 1}{2} + \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{(3+2) \cdot 1}{2} + \frac{(4+2) \cdot 2}{2}$$

$$\text{Área de ABCDEFGHI} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{5}{2} + \frac{12}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

- 15 Represente os pontos A(-5, 12), B(-2, 12), C(0, 10), D(2, 12), E(5, 12), F(7, 10), G(7, 7), H(0, 0), I(-7, 7) e J(-7, 10) no plano cartesiano a seguir. Depois, responda às questões propostas.



- a) Como é o nome do polígono ABCDEFGHIJ formado, de acordo com o número de lados?

O polígono é um decágono.

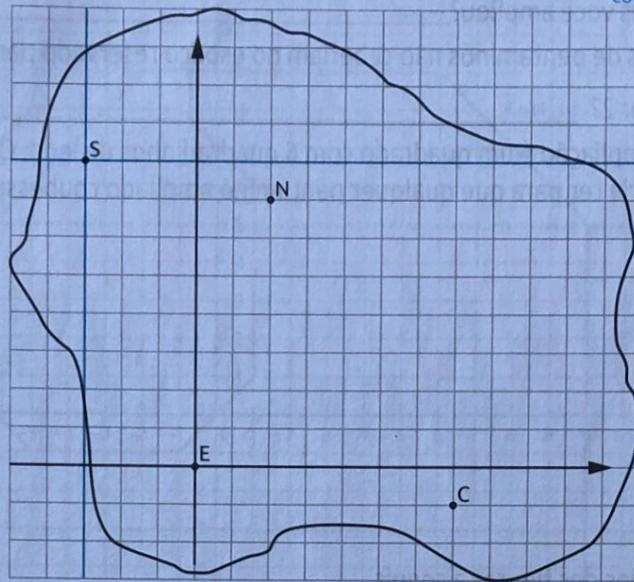
- b) O polígono é convexo ou não convexo?

O polígono é não convexo.

- c) Esse polígono apresenta algum tipo de simetria? Se sim, qual?

Sim. O polígono apresenta simetria de reflexão em relação ao eixo y.

- 16 No mapa a seguir de um bairro estão representadas as casas de Simone, Camila e Nicole e a escola onde estudam, identificadas, respectivamente, pelos pontos S, C, N e E. No item b, os alunos devem considerar o ponto S como a origem do sistema de coordenadas.



- a) Se a escola tem coordenadas $(0, 0)$, quais são as coordenadas dos pontos S, N e C?

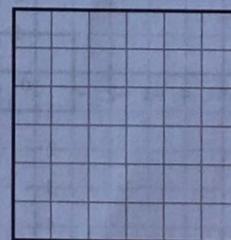
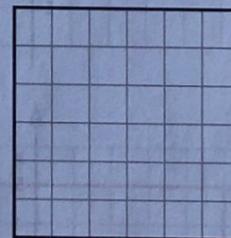
$S(-3, 8)$, $N(2, 7)$ e $C(7, -1)$.



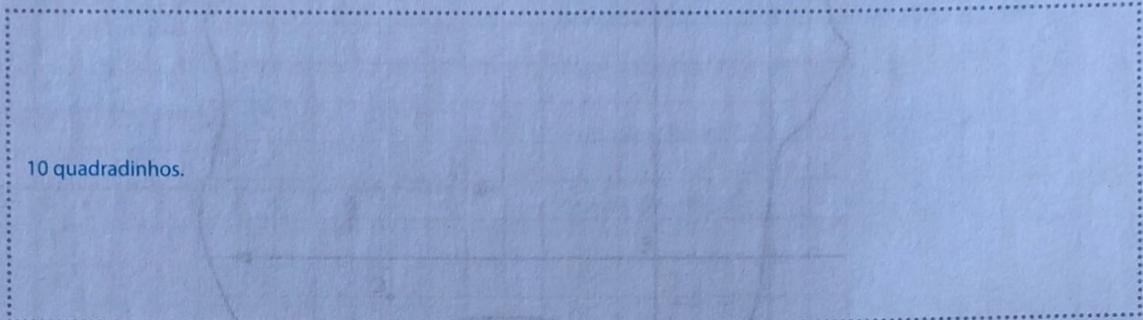
- b) Se o ponto $(0, 0)$ passar a ser a casa de Simone, quais serão as novas coordenadas dos pontos E, N e C?

$E(3, -8)$, $N(5, -1)$ e $C(10, -9)$.

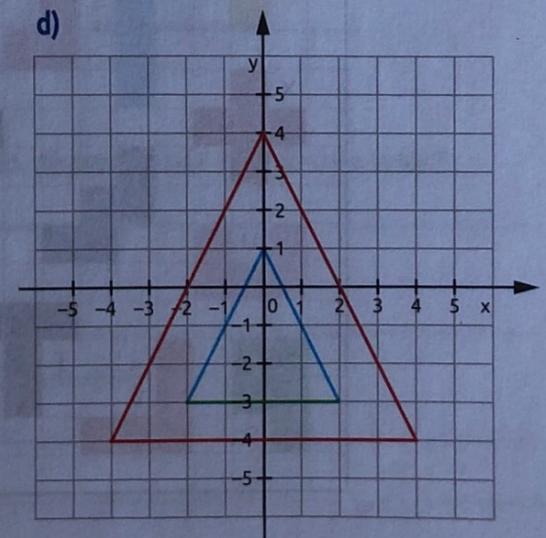
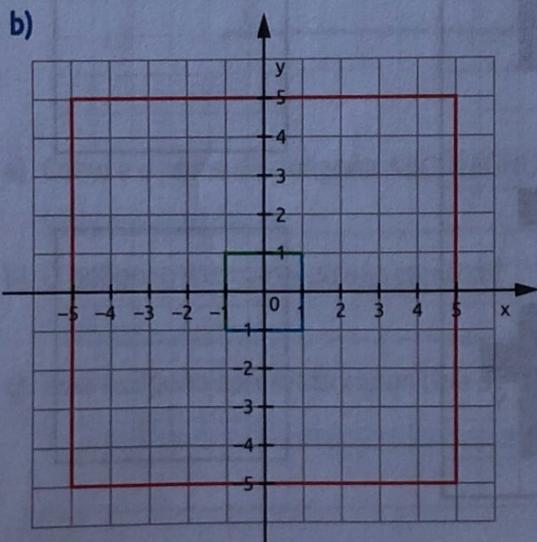
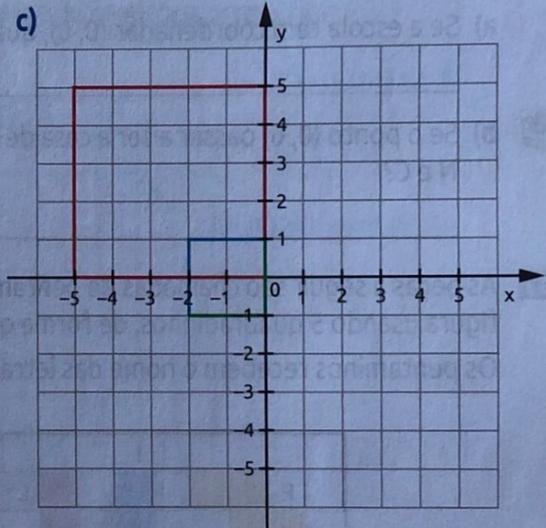
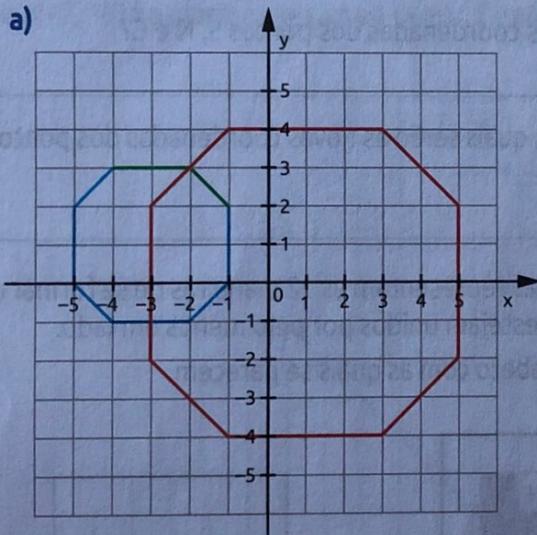
- 17 As peças a seguir são chamadas de pentaminós. Elas representam as 12 maneiras de se formar uma figura usando 5 quadradinhos, de forma que eles estejam unidos por pelo menos um lado. Os pentaminós recebem o nome das letras do alfabeto com as quais se parecem.



- a) Escolha dois pentaminós e use as malhas ao lado para fazer a ampliação deles usando um fator de ampliação 2. Pessoal.
- b) Quais pentaminós você ampliou? Pessoal.
- c) Quais ampliações de pentaminós não caberiam no espaço reservado para a ampliação, considerando-se um fator 2? I, L, N e Y.
- d) O espaço para ampliação é um quadrado com 6 quadrinhos de lado. Quantos quadrinhos de lado ele deveria ter para que qualquer pentaminó ampliado coubesse nele?

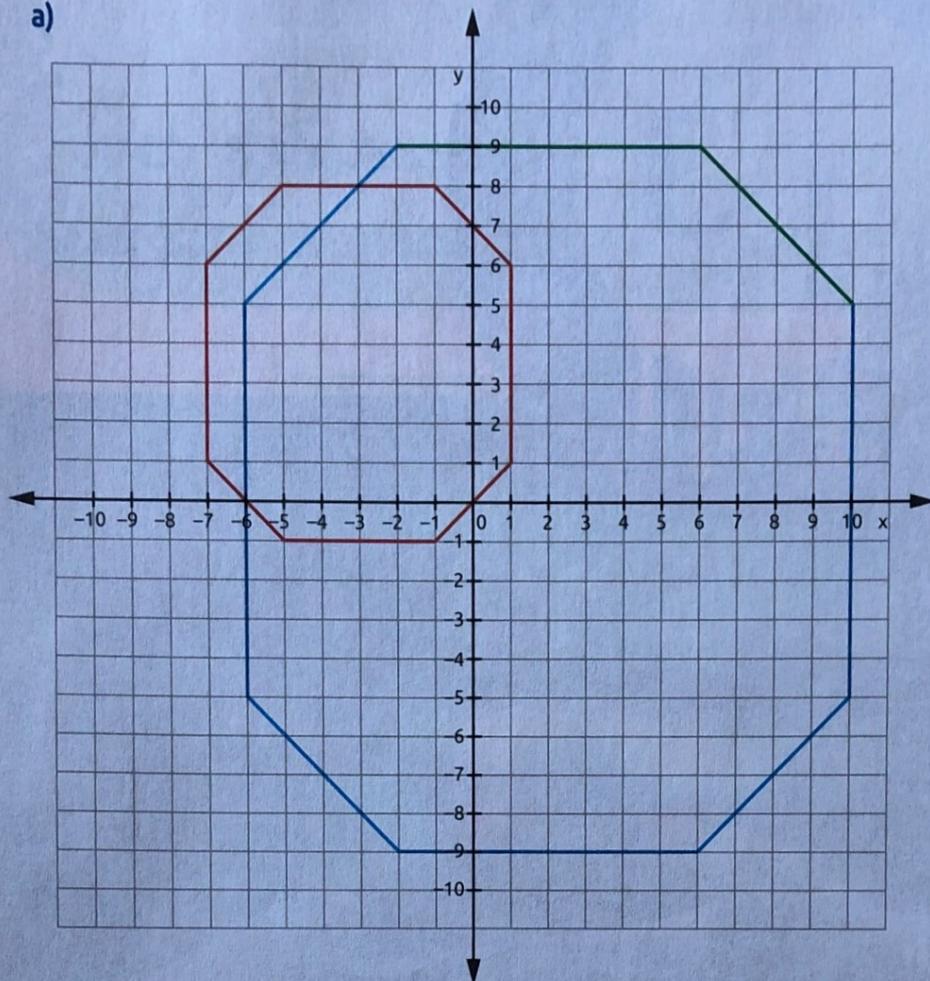


18 Complete as reduções das figuras a seguir.

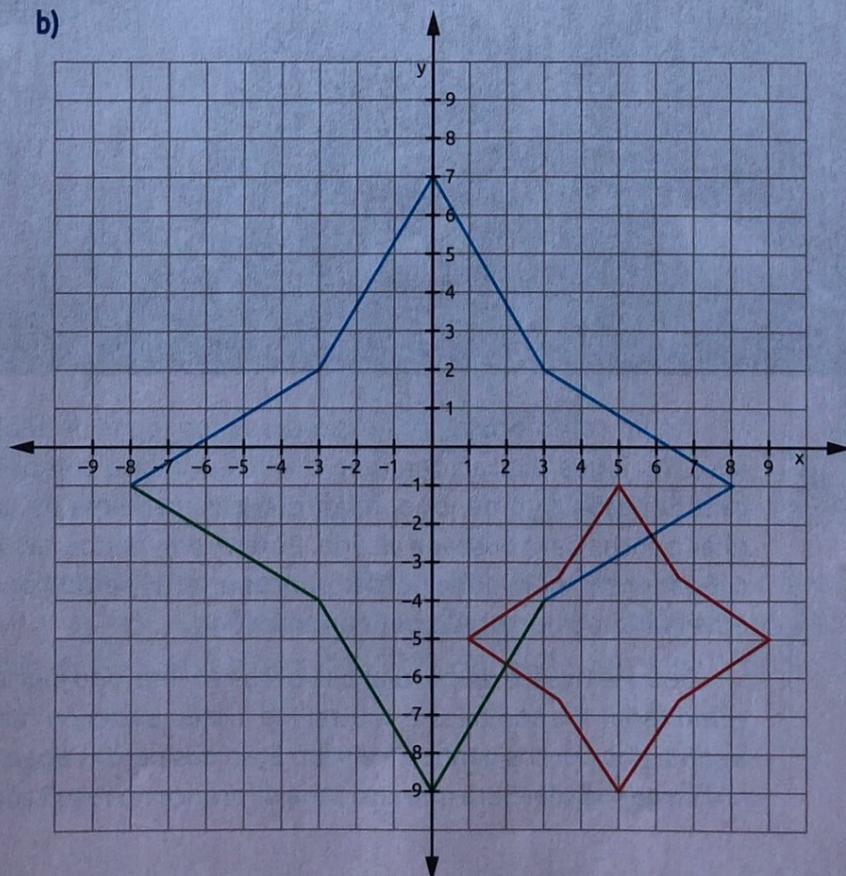


19 Complete as ampliações das figuras a seguir.

a)



b)





o que já conquistei

1 Observe os números do quadro e escreva:

-3	15	-32,4	0	-37	$\frac{1}{4}$	45	-17
-9	5	9	15,0	243	-56	7,1	-0,8

- a) o maior número. 243
- b) o menor. -56
- c) um par de números simétricos. -9 e 9
- d) somente os números que não são inteiros.
-32,4; -0,8; $\frac{1}{4}$; 7,1
- e) somente os números inteiros que são iguais ao seu módulo.
15; 0; 45; 5; 9; 15,0; 243
- f) os números inteiros maiores que 5.
15; 9; 15,0; 243; 45
- g) os inteiros menores que zero.
-3, -9, -37, -17, -56

2 Complete as sequências numéricas, sabendo que cada uma apresenta oito termos.

- a) -80, -40, 0, 40, 80, 120, 160, 200
- b) 6, 0, -6, -12, -18, -24, -30, -36
- c) -60, -45, -30, -15, 0, 15, 30, 45
- d) -98, -99, -100, -101, -102, -103, -104, -105
- e) -70, -60, -50, -40, -30, -20, -10, 0

3 Utilizando os símbolos $>$, $<$ ou $=$, complete as lacunas.

- a) $-(-12)$ = módulo de -12
- b) -15 < valor absoluto de +1
- c) módulo de 9 > simétrico de +9
- d) $-(+8)$ < módulo de zero
- e) módulo de +15 = valor absoluto de +15
- f) oposto do oposto de -4 = simétrico de +4
- g) módulo do oposto de > simétrico de 2

30/4.



8 Escreva como se lê cada expressão.

a) $-(-60)$: Oposto de menos sessenta.

b) $|-85|$: Módulo de oitenta e cinco negativos.

c) $-[-(-3)]$: Oposto do oposto de três negativos.

d) $|+56|$: Módulo de cinquenta e seis.

9 Responda às questões propostas.

a) Qual número inteiro antecede o $+200$? O número 199.

b) Que número inteiro sucede o -184 ? O número -183 .

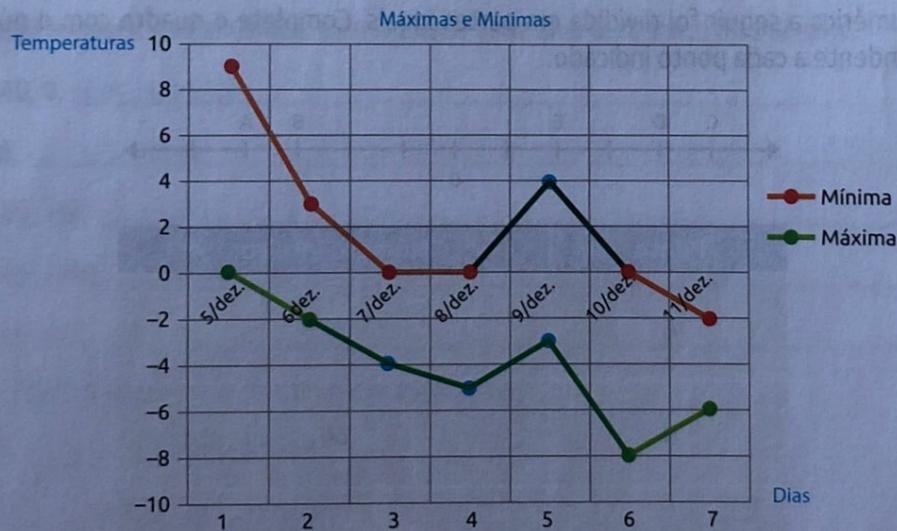
c) Quais são os três números inteiros consecutivos cujo maior número é -10 ?

São os números $-12, -11, -10$.

10 Veja a previsão do tempo para uma semana na cidade de Toronto, no Canadá.



De acordo com as temperaturas máximas e mínimas previstas, complete o gráfico com os segmentos faltantes, o título e as grandezas.



11 Assinale a alternativa que apresenta a afirmação verdadeira.

a) Todo número inteiro é natural. Os números inteiros negativos, como $-1, -2$ e -3 , não são números naturais.

b) Todo número natural é inteiro.

c) O zero pertence somente ao conjunto dos naturais. O zero também pertence ao conjunto dos números inteiros. É o único inteiro que não tem oposto.

d) Todos os números inteiros apresentam oposto. O zero é um número inteiro e não tem oposto.

30/11

12 Considere o ponto P de ordenada -3 .

a) O ponto P pode pertencer a quais quadrantes?

Terceiro ou quarto.

b) Para quais valores da abscissa o ponto P pertence ao 3º quadrante?

Para valores negativos.

c) Para quais valores da abscissa o ponto P pertence ao 4º quadrante?

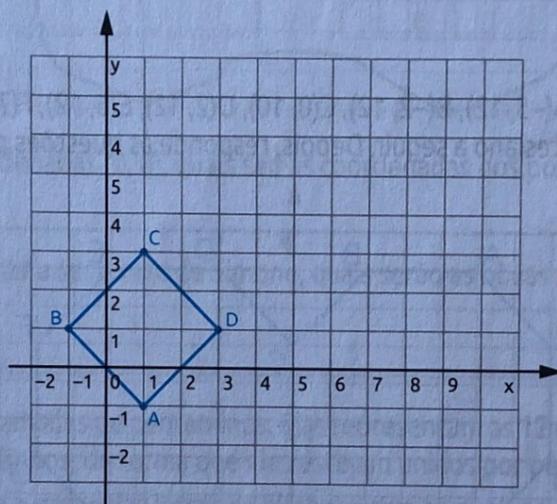
Para valores positivos.

d) Qual é a condição para que o ponto P pertença ao eixo das ordenadas?

Que o valor da abscissa seja zero.

13 Os pontos $A(1, -1)$ e $C(1, 3)$ são os extremos da diagonal de um quadrado ABCD.

a) Represente os pontos A e C no plano cartesiano a seguir. Depois, represente também os pontos B e D.



b) Determine as coordenadas dos vértices B e D.

Os vértices B e D têm coordenadas $(-1, 1)$ e $(3, 1)$ em qualquer ordem.

c) Calcule a área do quadrado ABCD.

A área do quadrado ABCD pode ser calculada de várias maneiras. A seguir, são apresentadas duas delas.

1ª: o quadrado ABCD é formado por 4 quadrados inteiros e 8 metades de quadrados, cujos lados medem 1 unidade de comprimento. Portanto, há um total de 8 quadrados inteiros, perfazendo a área de $8 \cdot 1 = 8$ unidades de área.

2ª: traçando a diagonal BD, dividimos o quadrado ABCD em dois triângulos congruentes. Assim, a área do quadrado é o dobro da área de um dos triângulos, ou seja, $2 \cdot \left(\frac{4 \cdot 2}{2}\right) = 2 \cdot 4 = 8$ unidades de área.

Na primeira sequência apresentada, note que 12 é múltiplo de 3. Já na segunda sequência, observe que 3 é divisor de 12. Podemos estabelecer uma relação muito importante entre múltiplos e divisores de um número natural:

Dizer que um número é múltiplo de outro equivale a dizer que este último é divisor do primeiro.

Por exemplo, a sentença "8 é múltiplo de 2" tem o mesmo significado que a sentença "2 é divisor de 8". Experimente testar essa afirmação com outros pares de números.

Critérios de divisibilidade

Um negociante sugeriu que uma compra de R\$ 2.468.721,00 fosse parcelada em três vezes. Como saber se o número 2 468 721 é divisível por 3?

Temos a opção de escrever a sequência dos múltiplos de 3 até chegarmos próximo do número 2 468 721 (o que é totalmente impraticável!) ou podemos fazer a divisão desse número por 3 e verificar se ela é exata e o seu quociente é um número natural (o que vai ocupar bastante espaço de sua folha, caso não disponha de uma calculadora).

Observe que ambos os métodos apresentados acima são trabalhosos. Para responder à pergunta proposta com mais facilidade, é possível aplicar os critérios de divisibilidade. Relembre-os:

Um número será divisível por...	...2 se terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8 (isto é, se for um número par).
	...3 se o resultado da soma dos algarismos do número for múltiplo de 3.
	...4 se os dois últimos algarismos terminarem em 00 ou formarem um múltiplo de 4.
	...5 se o número terminar em 0 ou em 5.
	...6 se o número for divisível por 2 e 3 simultaneamente.
	...8 se os três últimos algarismos terminarem em 000 ou formarem um múltiplo de 8.
	...9 se o resultado da soma dos algarismos do número for um múltiplo de 9.

...10 se o último algarismo deste número for zero.



atividades



1 Descubra se 2 468 721 é múltiplo de 3. [1 Gabaritos e comentários.](#)



2 Assinale apenas as afirmações verdadeiras. Justifique as falsas.

- a) (x) O número 17 808 é múltiplo comum de 2, 3, 4, 6 e 8.
- b) () O número 13 é múltiplo de 65, o que é o mesmo que dizer que 65 é divisor de 13.
- c) (x) O número 9 é divisor de 421 397 775.
- d) (x) Se 10 é divisor de um número, então 5 também é divisor desse número.
- e) () Não existe um número entre 45 e 55 que seja múltiplo de 7.
- f) (x) Existem múltiplos de 3 formados apenas pelos algarismos 0 e 8.

Os itens marcados correspondem à página 5 do livro 2

Ao trocarmos a sequência 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55 por seus restos pela divisão por 7, teremos a sequência 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Veja que o resto zero indica que um desses números é divisível por sete (por comparação, chegamos ao 49).

A ordem em que os restos figuram de forma cíclica ao serem colocados em sequência nos permite dizer que: se existe um intervalo de dois números naturais cujo comprimento é maior que um terceiro número, então nesse intervalo, está um múltiplo desse número (pois sempre aparecerá um resto zero).

Assim, por exemplo, com esse mesmo raciocínio, é fácil mostrar que entre os números 103 882 890 e 103 882 910 existe um múltiplo de 14.

- f) "Existem múltiplos de 3 formados apenas pelos algarismos 0 e 8."

Essa é uma aplicação muito interessante dos critérios de divisibilidade. Como a divisibilidade por 3 depende unicamente da soma dos algarismos de um número (e não de sua posição), formar um múltiplo de 3 é simplesmente construir um número cuja soma dos algarismos seja divisível por 3. Por exemplo, 888 é divisível por 3, pois $8 + 8 + 8 = 3 \times 8$, que, por sua vez, é múltiplo de três.

Assim, podemos "manipular" essa informação e concluir, por exemplo, que os números 8 088, 8 080 080, 8 800 000 008, 888 888 000 e 808 808 808 são todos divisíveis por 3. A afirmação é verdadeira.

3. Como 103 882 899 é divisível por 19, ele está na sequência dos múltiplos de 19. Entre as alternativas mostradas, devemos encontrar outro número que esteja nessa mesma sequência.

Podemos usar 103 882 899 como "ponto de partida" para construirmos uma parte da sequência dos múltiplos de 19:

0, 19, ..., 103 882 861, 103 882 880, **103 882 899**, 103 882 918, 103 882 937, ...

O número que está nessa sequência é o da alternativa c.

4. Sugira aos alunos usar o critério de divisibilidade por 4. Como esse critério se preocupa apenas com os dois últimos algarismos do número em questão, ao colocarmos os dois últimos dígitos satisfazendo essa restrição, os dígitos anteriores podem ser quaisquer um dos apresentados.

Neste caso, só se admitem como divisíveis por 4 os números terminados em 44, 48, 64, 68, 84, 88, 56 e 76.

Assim, concluímos que existem diversas possibilidades. Listamos algumas delas:

- a) 784, 456, 576
b) 5 648, 7 456, 5 864
c) 67 456, 78 564, 76 548

5. Perceba que o dígito Y tem a liberdade de assumir qualquer valor entre 0 e 9, pois, após esse dígito ser escolhido, o resultado dependerá unicamente do dígito X (o que não aconteceria se escolhêssemos X primeiro, mas esse não é o caso, pois a restrição está imposta apenas a Y). Então, deduzimos que Y deve ser 9.

Assim, usando o critério de divisibilidade por 9, a soma dos algarismos que formam a senha será $4 + 8 + 9 + 6 + 7 + X = 34 + X$. Para essa soma ser divisível por 9, X obrigatoriamente deverá assumir o dígito 2.

Sendo assim, a senha de Marcela é 489672. A

Página 6

Atividades

- 2 9. É importante destacar que a operação de potenciação não pode ser confundida com a operação de multiplicação. Para isso, possibilite que os alunos reflitam sobre os cálculos realizados na tabela da atividade 11, questionando-os sobre o que se pode concluir com base nos cálculos efetuados no quadrado e no dobro e no cubo e no triplo.

Página 9

- 3 Ressalte que uma adição algébrica é uma expressão numérica formada por adições e subtrações. Mostre que toda subtração é apenas um tipo de adição, ou seja, é como se tivéssemos apenas adições.

Por exemplo: $-4 - 3 = (-4) + (-3) = -7$

Analisando os exemplos apresentados no quadro, podemos perceber que

- na multiplicação de dois números inteiros positivos, o produto é um número inteiro **positivo**.

$$(+4) \cdot (+7) = 4 \cdot (+7) = (+7) + (+7) + (+7) + (+7) = +28$$

- na multiplicação de um número inteiro positivo por um número inteiro negativo, o produto é um número inteiro **negativo**.

$$(+4) \cdot (-7) = 4 \cdot (-7) = (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = -28$$

Também podemos fazer multiplicações em que o primeiro fator é um número negativo usando o simétrico desse número. Veja:

Exemplo 1:

$$(+4) \cdot (+5) = +20$$

Se o primeiro fator for negativo:

$$(-4) \cdot (+5) = -(+4) \cdot (+5) = -(+20) = -20$$

Exemplo 2:

$$(+4) \cdot (-5) = -20$$

Se o primeiro fator for negativo:

$$(-4) \cdot (-5) = -(+4) \cdot (-5) = -(-20) = +20$$

- na multiplicação de um número inteiro negativo por um número inteiro positivo, o produto é um número inteiro **negativo**.

$$(-5) \cdot (+6) = -(+5) \cdot (+6) = -(+30) = -30$$

- na multiplicação de um número inteiro negativo por outro número inteiro negativo, o produto é um número inteiro **positivo**.

$$(-5) \cdot (-6) = -(+5) \cdot (-6) = -(-30) = +30$$



atividades

- 1 Partindo da multiplicação de números naturais, preencha a tabela a seguir. 2 Gabaritos e comentários.

×	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	← Fator
8	-32	-24	-16	-8	0	8	16	24	32	← Produto

↑
Fator

Observando os resultados, note que eles formam um padrão.

- a) O produto $8 \cdot 4$ pode ser escrito como $(+8) \times (+4)$? Sim.
- ▶ Qual é a outra forma de escrevê-lo? 8×4 ou $8 \cdot (+4)$ ou $(+8) \cdot 4$.
- b) Observando a tabela, qual é o sinal do produto entre
- ▶ dois fatores positivos? Positivo.
- ▶ um fator positivo e um negativo? Negativo.

2 Transforme cada adição em uma multiplicação e determine seu resultado.

a) $(+5) + (+5) + (+5) + (+5) + (+5) = 5 \cdot (+5) = +25$

b) $(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = 4 \cdot (-6) = -24$

c) $(-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) = 8 \cdot (-9) = -72$

d) $(+14) + (+14) + (+14) + (+14) + (+14) + (+14) + (+14) = 7 \cdot (+14) = +98$

3 Com base nas conclusões a que você chegou anteriormente, complete a tabela.

×	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	← Fator
-8	32	24	16	8	0	-8	-16	-24	-32	← Produto

↑
Fator

a) Há outras formas de escrever o produto $-8 \cdot 4$. Quais são elas?

-8×4 ou $-8 \times (+4)$ ou $-8 \cdot (+4)$.

b) Qual é o sinal do resultado da multiplicação entre

▶ um fator negativo e um positivo? Negativo.

▶ dois fatores negativos? Positivo.

4 Determine o produto em cada uma das multiplicações a seguir.

a) $(+12) \cdot (+3) = +36$ ou 36

g) $0 \cdot (-37) = 0$

b) $(-9) \cdot (+7) = -63$

h) $(-13) \cdot (+4) = -52$

c) $(-25) \cdot (-2) = +50$ ou 50

i) $(-7) \cdot (-7) = +49$ ou 49

d) $(+17) \cdot (-3) = -51$

j) $(-19) \cdot (+2) = -38$

e) $(+9) \cdot (+9) = +81$ ou 81

k) $(+3) \cdot (-25) = -75$

f) $(+5) \cdot (-12) = -60$

l) $(-4) \cdot (+18) = -72$

5 Determine o que se pede em cada item.

a) O dobro de -14 . $2 \cdot (-14) = -28$

b) O triplo de -60 . $3 \cdot (-60) = -180$

c) O quádruplo de $+25$. $4 \cdot (+25) = +100$

d) O dobro de -97 . $2 \cdot (-97) = -194$

6 Analise os três primeiros termos da sequência e descubra como foi construída. Em seguida, determine o 4º e o 5º termo.

3, -12, 48, -192, 768

Essa sequência é dada pela multiplicação do termo anterior por -4 .

7 Obtenha os produtos indicados e complete cada lacuna com um dos símbolos das relações: menor que (<), maior que (>) ou igual a (=).

a) $71 \cdot (-6) < 500$ $-426 < 500$

d) $(-4) \cdot (-7) = (-2) \cdot (-14)$ $+28 = +28$

b) $(-89) \cdot (-5) > 1 \cdot (-14)$ $+445 > -14$

e) $38 \cdot (+6) < (+40) \cdot 10$ $+228 < +400$

c) $9 \cdot 0 \cdot (-23) > 63 \cdot (-8)$ $0 > -504$

f) $(-21) \cdot (+3) \cdot (-1) > (-1) \cdot (-17)$ $+63 > +17$

8 Escreva

a) dois números inteiros cujo produto seja igual a -24.

Há várias possibilidades. Exemplos: 2 e -12; 3 e -8; -1 e 24.

b) um número inteiro multiplicado por -17 que tenha 68 como produto. -4

c) dois números inteiros cujo produto seja igual a 33.

Há várias possibilidades. Exemplos: -3 e -11; 1 e 33; -1 e -33.

d) três números inteiros consecutivos cujo produto seja igual a -210.

-5, -6, -7, pois $(-5) \cdot (-6) \cdot (-7) = +30 \cdot (-7) = -210$.

9 As potenciações de números inteiros são definidas da mesma forma que as potenciações de números naturais. Veja:

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (+4) \times (-2) = -8$$

Transforme as potências em produtos e calcule os resultados.

a) $(+11)^2 = (+11) \cdot (+11) = 121$

e) $(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

b) $(-11)^2 = (-11) \cdot (-11) = 121$

f) $(+25)^2 = (+25) \cdot (+25) = 625$

c) $(-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = 49$

g) $(-10)^3 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -1\,000$

d) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

h) $(-10)^4 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10\,000$

10 Escreva na forma de potenciação e calcule

a) o quadrado de doze: $12^2 = 12 \times 12 = 144$

b) o cubo de menos nove: $(-9)^3 = (-9) \times (-9) \times (-9) = -729$

c) a quinta potência de menos dois: $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

d) o quadrado de menos 10: $(-10)^2 = (-10) \cdot (-10) = 100$

e) o oposto do quadrado de 10: $-10^2 = -(10 \cdot 10) = -100$

11 Calcule as operações indicadas e complete a tabela.

Número	Quadrado	Dobro	Cubo	Triplo
7	49	14	343	21
-5	25	-10	-125	-15
10	100	20	1 000	30
-1	1	-2	-1	-3



1 Nas questões a seguir, verifique as propriedades indicadas e faça o que se pede.

a) Propriedade comutativa: transforme as multiplicações em adições de parcelas iguais e verifique que a ordem dos fatores não altera o produto.

$$(+9) \cdot (-8) = (-8) \cdot (+9)$$

$$(+9) \cdot (-8) = 9 \cdot (-8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -72$$

$$(-8) \cdot (+9) = -(+8) \cdot (+9) = -[(+9) + (+9) + (+9) + (+9) + (+9) + (+9) + (+9) + (+9) + (+9)] = -(+72) = -72$$

b) Propriedade associativa: verifique que o produto não se altera ao se associarem os fatores de maneira diferente.

$$(-4) \cdot (-3) \cdot (+6) \cdot (-5)$$

$$= +12 \cdot (-30) = -360$$

$$\text{ou } 20 \cdot (-18) = -360$$

$$(-4) \cdot (-3) \cdot (+6) \cdot (-5)$$

$$(-4) \cdot (-18) \cdot (-5) =$$

$$(-4) \cdot (+90) = -360$$

$$\text{ou } (+72) \cdot (-5) = -360$$

c) O elemento neutro da adição é o zero. Por que o elemento neutro da multiplicação não pode também ser zero?

Zero não é o elemento neutro da multiplicação, pois zero vezes qualquer número resulta em zero. Agora, +1 multiplicado por

qualquer número inteiro em qualquer ordem é sempre o número escolhido. Logo, +1 é o elemento neutro da multiplicação.

d) O inteiro -1 também pode ser considerado elemento neutro da multiplicação de números inteiros? Explique sua resposta.

Não, porque $(+7) \cdot (-1) = (-1) \cdot (+7) = -7$, ou seja, escolhendo-se um número qualquer para multiplicar por -1, o produto não é igual ao número escolhido.

2 Verifique por meio de cálculos quais das seguintes igualdades são verdadeiras.

a) $3 \cdot (-4 + 6) = 3 \cdot (-4) + 3 \cdot 6$

$$3 \cdot 2 = -12 + 18$$

$$+6 = +6$$

Verdadeira

d) $(-9) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-9)$

$$+54 = +54$$

Verdadeira

b) $-5 \cdot 4 + (-5) \cdot 7 = -5 \cdot (4 + 7)$

$$-20 - 35 = -5 \cdot 11$$

$$-55 = -55$$

Verdadeira

e) $(-5) \cdot (7 - 3) = -5 \cdot 7 + (-5) \cdot (-5)$

$$-5 \cdot 4 = -35 + 25$$

$-20 \neq 20$ Essa igualdade não é verdadeira.

c) $(-6) \cdot (-9 + 8) = (-6) \cdot (-9) + (-6) \cdot (+8)$

$$-6 \cdot (-1) = +54 + (-48)$$

$$+6 = +6$$

Verdadeira

f) $2 \cdot (3 + 4) = (2 \cdot 3) + (2 \cdot 4)$

$$2 \cdot 7 = 6 + 8$$

$$14 = 14$$

Verdadeira