

Sequências

Progressão Aritmética

CEAB - 1º Ano

Sequências



Sequências estão presentes em uma grande quantidade de situações do nosso cotidiano. A repetição sempre igual dos meses ao longo do ano, dos dias da semana, das estações do ano são exemplos de sequências

Exemplo: A sequência dos anos de ocorrência dos Jogos Olímpicos é: 2004, 2008, 2012, 2016, ... Em que ano acontecerá a 15ª edição dos jogos neste século?

Posição	Ano	
1	2004	
2	2008	$2008 = 2004 + 4$ ou $2004 + 4*1$
3	2012	$2012 = 2008 + 4$ ou $2004 + 4*2$
4	2016	$2016 = 2012 + 4$ ou $2004 + 4*3$

$$A = 2004 + 4(n - 1)$$

$$A = 2004 + (15 - 1)$$

$$A = 2004 + 4*14$$

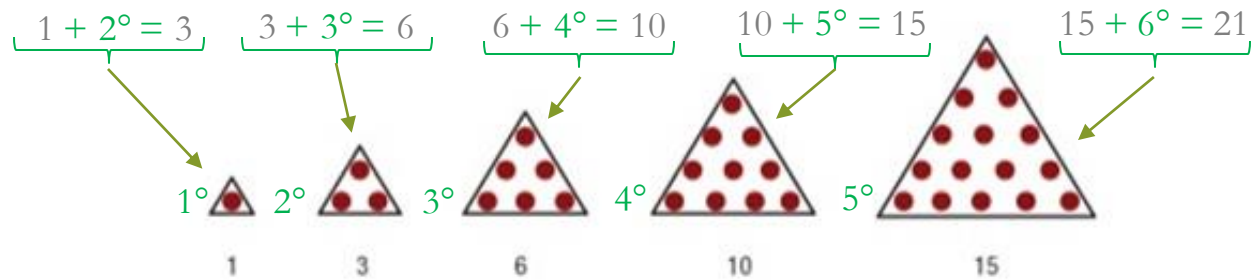
$$A = 2004 + 56$$

$$A = 2060$$

A 15ª edição dos jogos ocorrerá em 2060.

Exemplo

Obtenha os próximos três termos da sequência dos números triangulares.



Posição	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o
Número triangular	1	3	6	10	15

$21 + 7^{\circ} = 28$	6 ^o	7 ^o	8 ^o
$28 + 8^{\circ} = 36$	21	28	36

Carl Friedrich Gauss

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

The diagram shows the sequence of numbers from 1 to 100. Brackets are drawn under the numbers to show pairings: a bracket under 1 and 100, a bracket under 2 and 99, a bracket under 3 and 98, and a bracket under 4 and 97. Below each pair, the equation for their sum is written: $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101$, and $4 + 97 = 101$.

São 100 números

$100 \div 2 = 50$ somas iguais a 101

$50 * 101 = 5050$

A soma de todos os números naturais até 100 é igual a 5050.

Progressão Aritmética (P.A.)

Denomina-se progressão aritmética (PA) qualquer sequência numérica na qual a diferença entre cada termo e o anterior é constante.

Exemplos: (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...) P.A. crescente e infinita de razão 1.
(2,3; 1,6; 0,9; 0,2; -0,5; -1,2, ...) P.A. decrescente e infinita de razão -0,7.
(45, 51, 57, 63, 69, 75, 81, 87, ..., 219) P.A. crescente e finita de razão 6.

$$1 - 0 = 1 \quad \rightarrow \text{Razão } 1$$

$$1,6 - 2,3 = -0,7 \quad \rightarrow \text{Razão } -0,7$$

$$51 - 45 = 6 \quad \rightarrow \text{Razão } 6$$

Termo Geral da P.A.

Um termo qualquer de uma progressão aritmética é denominado termo geral. A fórmula do termo geral de uma PA é dada por: $a_n = a_1 + (n - 1) * r$

- ◆ a_n = Termo Geral
- ◆ a_1 = Primeiro Termo
- ◆ n = Posição do termo geral
- ◆ r = Razão

Dada a sequência (2, 4, 6, ...), determine o 6º termo.

$$a_n = a_6$$

$$n = 6$$

$$a_1 = 2$$

$$r = 4 - 2 \rightarrow r = 2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r$$

$$a_6 = 2 + (6 - 1) * 2$$

$$a_6 = 2 + 5 * 2$$

$$a_6 = 2 + 10$$

$$a_6 = 12$$

O 6º termo é 12.

Exemplo

Numa P.A. de razão 2, o vigésimo termo é igual a 5. Então o quadragésimo termo é igual a:

a) 10 b) 20 c) 25 d) 40 e) 45

$$r = 2$$

$$n = 20$$

$$a_{20} = 5$$

$$a_1 = ?$$

$$a_{40} = ?$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r$$

$$a_{20} = a_1 + (20 - 1) * 2$$

$$5 = a_1 + 19 * 2$$

$$5 = a_1 + 38$$

$$a_1 = 5 - 38$$

$$a_1 = -33$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r$$

$$a_{40} = -33 + (40 - 1) * 2$$

$$a_{40} = -33 + 39 * 2$$

$$a_{40} = -33 + 78$$

$$a_{40} = 45$$

O quadragésimo termo é igual a 45.

Exercícios

1) Identifique o padrão de formação das sequências e escreva os próximos dois termos de cada uma.

a) 20, 17, 14, $\frac{11}{2}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{5}{2}$.

b) -0,82; -0,7; -0,58; $\frac{-0,46}{2}$; $\frac{-0,34}{2}$; $\frac{-0,22}{2}$.

c) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$.

a) $17 - 20 = -3 \rightarrow r = -3$

b) $-0,7 - (-0,82) = -0,7 + 0,82 = 0,12 \rightarrow r = 0,12$

c) $1 - \frac{1}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow r = \frac{1}{2}$

Exercícios

2) Um ano é denominado bissexto quando:

- for múltiplo de 4, mas não de 100; ou
- for múltiplo de 400.

Determine o número de anos bissextos do século XXI.

(2004, 2008, 2012, ... 2096)

$$a_1 = 2004$$

$$a_n = 2096$$

$$n = ?$$

$$r = 2008 - 2004 \rightarrow r = 4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r$$

$$2096 = 2004 + (n - 1) * 4$$

$$2096 = 2004 + 4n - 4$$

$$4n = 2096 - 2004 + 4$$

$$4n = 92 + 4$$

$$4n = 96$$

$$n = \frac{96}{4}$$

$$4$$

$$n = 24$$

❖ O século XXI corresponde a:

1º de janeiro de 2001 à 31 de dezembro de 2100

❖ Anos bissextos:

2004, 2008, 2012, ... 2096 (2100 é múltiplo de 100, então não conta como ano bissexto)

24 anos bissextos.

Exercícios

3) O termo geral de uma PA é dado por $a_n = 7n - 5$. Determine:

a) o primeiro termo;

b) a razão;

a) $a_1 = ?$

$$a_n = 7n - 5$$

$$a_1 = 7 \cdot 1 - 5$$

$$a_1 = 7 - 5$$

$$a_1 = 2$$

b) A razão corresponde ao coeficiente de n , logo:

$$a_n = \boxed{7}n - 5$$

coeficiente angular

Razão igual a 7.

Exercícios

4) Para qual valor de x a sequência $(x - 4; 2x; x + 2)$ é uma progressão aritmética? Qual a razão dessa PA?

P.A. $(x-4; 2x; x+2)$

$$a_1 = x-4$$

$$a_2 = 2x$$

$$a_3 = x+2$$

$$\left. \begin{array}{l} r = a_2 - a_1 \\ r = a_3 - a_2 \end{array} \right\}$$

$$\text{Logo, } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$2x - (x - 4) = x + 2 - 2x$$

$$2x - x + 4 = x - 2x + 2$$

$$2x - x - x + 2x = 2 - 4$$

$$2x = -2$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$x = -1$$

$$\boxed{x = -1}$$

Para ser P.A. $x = -1$

Então: $(x - 4; 2x; x + 2)$

$$(-1 - 4; 2 \cdot (-1); -1 + 2)$$

$$(-5; -2; 1)$$

Logo: $r = -2 - (-5) = -2 + 5 = 3$

$$\boxed{r = 3}$$

- ❖ Assista o vídeo com a explicação da matéria;
- ❖ Os exercícios deverão estar prontos no caderno;
- ❖ Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- ❖ Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: camillamat96@gmail.com.

Bons Estudos!