



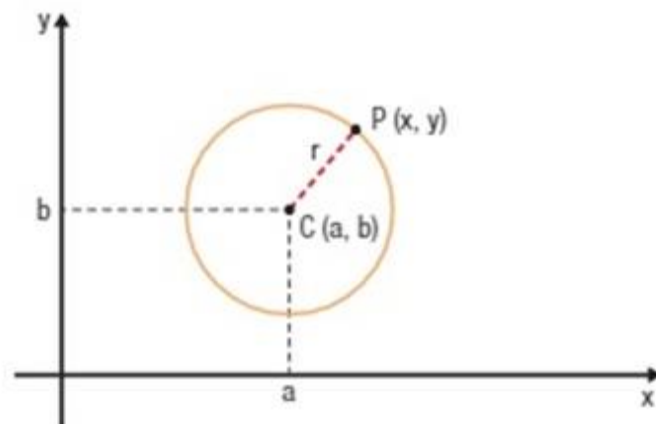
# *Estudo da Circunferência*

*CEAB - 3º ano*

## Estudo da Circunferência



Circunferência é a figura plana formada por todos os pontos que estão a uma distância  $r$  de um ponto fixo dado. O ponto fixo é o centro e a distância  $r$  é o raio.



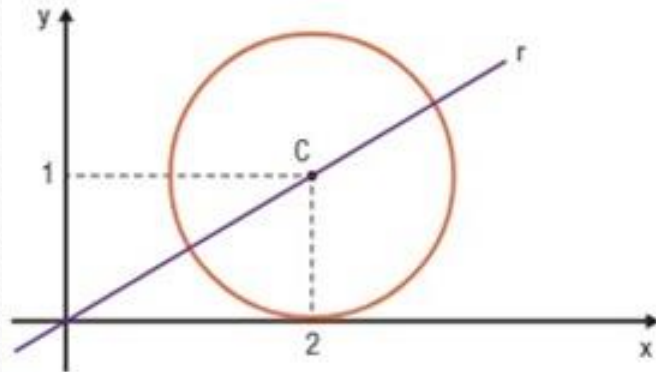


# Equação Reduzida da Circunferência

Uma circunferência de centro no ponto  $C(a, b)$  e de raio  $r$  tem equação:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Essa expressão é a equação reduzida da circunferência



$C(2,1)$

Eq. Reduzida da Circunferência:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

Eq. da reta  $r$ :

$$y = mx$$

$$1 = m \cdot 2$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

# Equação Geral da Circunferência

Uma circunferência de centro no ponto  $C(a, b)$  e raio  $r$  tem equação geral dada por:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Exemplo: Obtenha as coordenadas do centro e a medida do raio com base na equação geral:  $x^2 + y^2 - 8x + 16y - 20 = 0$ .

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \quad (\text{forma genérica})$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 16y - 20 = 0 \quad (\text{eq. da circunferência})$$

$$-2a = -8$$

$$a = \frac{-8}{-2}$$

$$a = 4$$

$$-2b = 16$$

$$b = \frac{16}{-2}$$

$$b = -8$$

$$C(4, -8)$$

$$a^2 + b^2 - r^2 = -20$$

$$4^2 + (-8)^2 - r^2 = -20$$

$$16 + 64 - r^2 = -20$$

$$-r^2 = -20 - 16 - 64$$

\*(-1)

$$r^2 = 20 + 16 + 64$$

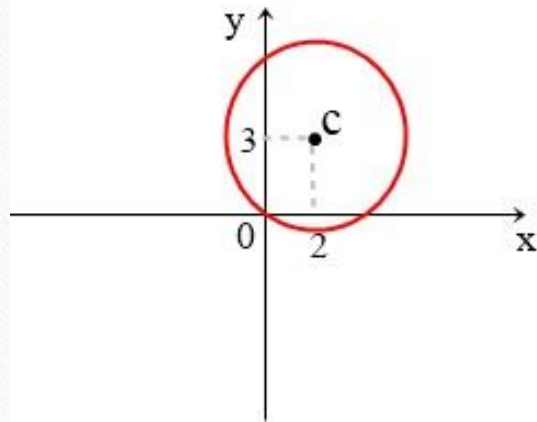
$$r^2 = 100$$

$$r = \sqrt{100}$$

$$r = 10$$

## Exercícios

1) O ponto C representa o centro da circunferência que passa pela origem do sistema de coordenadas conforme mostra o gráfico. Determine a medida do raio e a equação reduzida dessa circunferência.



$$C(2,3) \quad P(0,0)$$

$$r = d \text{ (do centro à origem)}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$r = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 0)^2}$$

$$r = \sqrt{4 + 9}$$

$$r = \sqrt{13}$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$$



## Exercícios

2) Quais as coordenadas do centro da circunferência e a medida do raio da equação reduzida da reta:  
 $(x + \sqrt{5})^2 + (y - \sqrt{8})^2 = 4$ .

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x + \sqrt{5})^2 + (y - \sqrt{8})^2 = 4$$

$$\begin{array}{l} C(-\sqrt{5}, \sqrt{8}) \\ r = \sqrt{4} \end{array}$$

## Exercícios

3) A equação  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 3 = 0$  representa uma circunferência?

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 3 = 0$$

$$-2a = 2$$

$$a = \frac{2}{-2}$$

$$a = -1$$

$$-2b = -2$$

$$b = \frac{-2}{-2}$$

$$b = 1$$

$$C(-1,1)$$

$$a^2 + b^2 - r^2 = 3$$

$$(-1)^2 + 1^2 - r^2 = 3$$

$$1 + 1 - r^2 = 3$$

$$-r^2 = 3 - 1 - 1$$

\*(-1)

$$r^2 = -3 + 1 + 1$$

$$r^2 = -1$$

Não é circunferência.

## Exercícios

4) Determine as coordenadas do centro e a medida do raio da equação geral da circunferência  $x^2 + y^2 + 16x - 20y + 4 = 0$ .

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 16x - 20y + 4 = 0$$

$$-2a = 16$$

$$a = \frac{16}{-2}$$

$$-2$$

$$a = -8$$

$$-2b = -20$$

$$b = \frac{-20}{-2}$$

$$-2$$

$$b = 10$$

$$C(-8,10)$$

$$a^2 + b^2 - r^2 = 4$$

$$(-8)^2 + 10^2 - r^2 = 4$$

$$64 + 100 - r^2 = 4$$

$$-r^2 = 4 - 64 - 100$$

$$R^2 = -4 + 64 + 100$$

$$R^2 = 160$$

$$r = \sqrt{160}$$

$$r = 4\sqrt{10}$$



- ❖ Assista o vídeo com a explicação da matéria;
- ❖ Os exercícios deverão estar prontos no caderno;
- ❖ Não precisa copiar a explicação, se desejar, faça um resumo;
- ❖ Não fique com dúvidas, entre em contato pelo Whatsapp: (21) 9 9461-3788 ou por email: [camillamat96@gmail.com](mailto:camillamat96@gmail.com).

*Bons Estudos!*