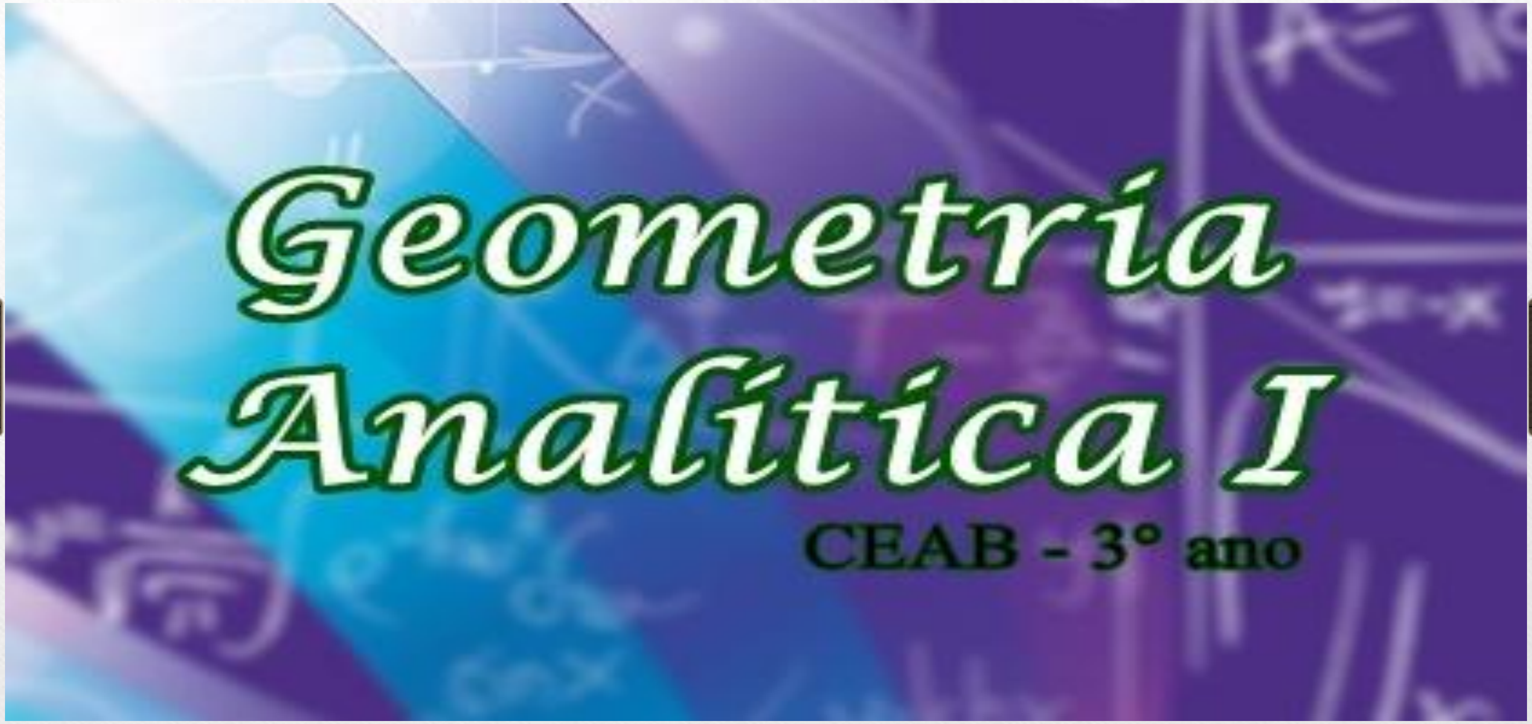
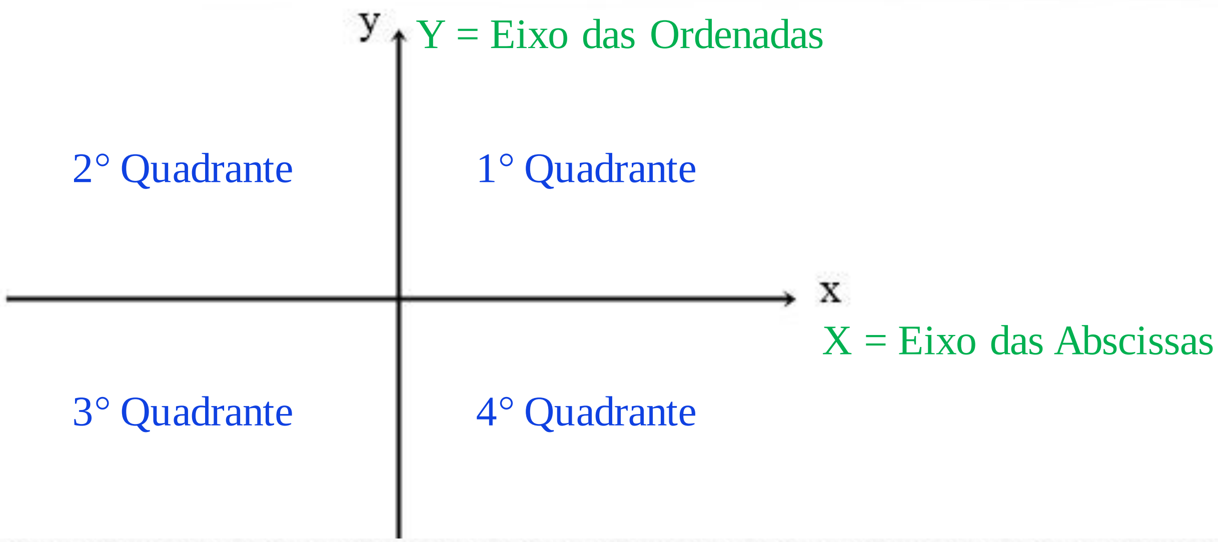
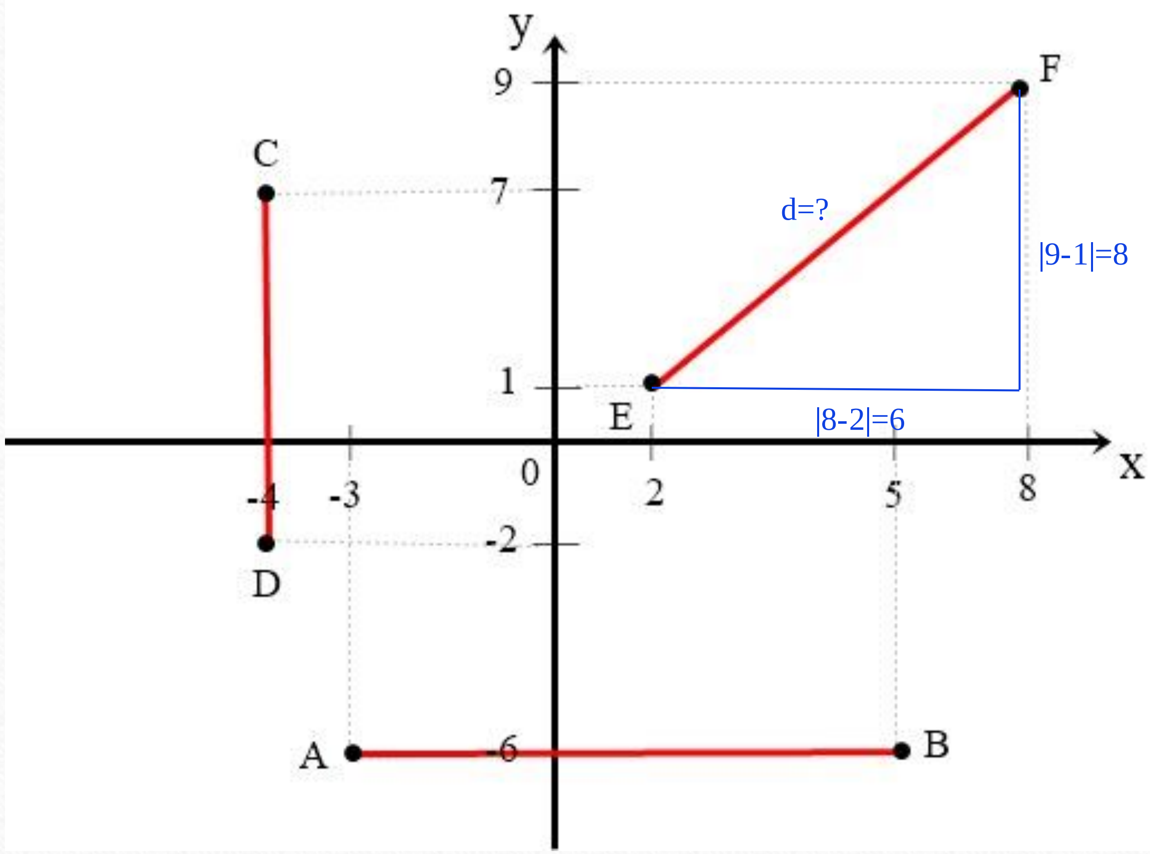

Geometria
Analítica I
CEAB - 3° ano

Plano Cartesiano

O estudo da geometria analítica ocorre no plano cartesiano e, além de gráficos de funções reais, considera graficos construídos por equações (retas, circunferências, parábolas, elipses e hipérboloes). A geometria analítica permite, entre outras coisa, calcular a distância entre pontos conhecendo suas coordenadas, calcular a distância de um ponto a uma reta e determinar o ângulo entre duas retas conhecendo suas equações.



Distância Entre Dois Pontos



Distância de A para B:

dAB = |B – A|
dAB = |5 – (-3)|
dAB = |8|
dAB = 8

Distância de C para D

dCD = |D – C|
dCD = |-2 -7|
dCD = |-9|
dCD = 9

Distância de E para F:

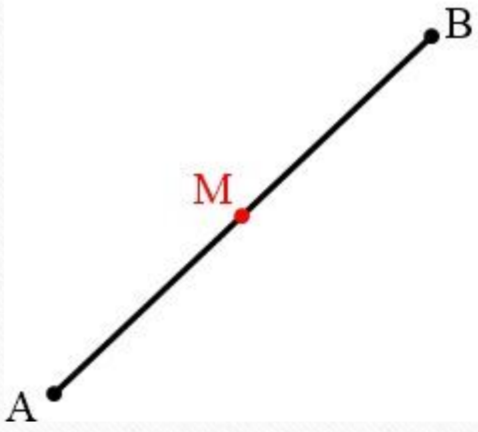
Teorema de Pitágoras
$A^2 = B^2 + C^2$
$D^2 = 6^2 + 8^2$
$D^2 = 36 + 64$
$D^2 = 100$
$D = \sqrt{100}$
$D = 10$

Fórmula

Dados dois pontos quaisquer A(x1, y1) e B(x2, y2), a distância d entre eles é dada por:

$$d = \sqrt{(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2}$$

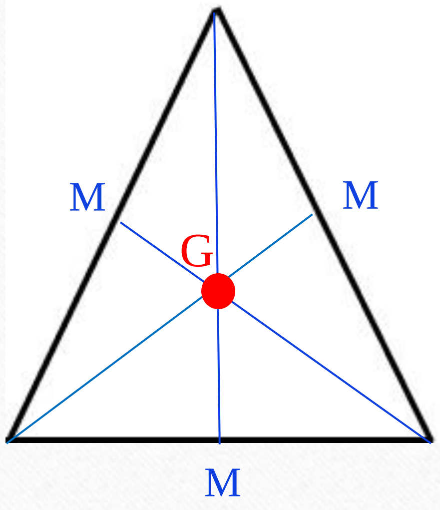
Ponto Médio



Dados dois pontos A(x1, y1) e B (x2, y2) de um plano cartesiano, o ponto médio M(xm, ym) do segmento de extremidade nesses pontos é tal que:

$$xm = \frac{x1 + x2}{2} \quad \text{e} \quad ym = \frac{y1 + y2}{2}$$

Coordenadas do Baricentro de um Triângulo



M - Medianas

G - Baricentro

O baricentro de um triângulo é o ponto de intersecção de suas medianas.
Mediana é o segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto a ele.

$$xG = \frac{xA + xB + xC}{3} \quad \text{e} \quad yG = \frac{yA + yB + yC}{3}$$

Exemplos:

1) Determine a distância entre os pontos A (5,7) e B(-2,4).

$$D = \sqrt{(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2}$$
$$D = \sqrt{(5-(-2)^2 + (7-4)^2}$$
$$D = \sqrt{7^2 + 3^3}$$
$$D = \sqrt{49+9}$$
$$D = \sqrt{58}$$

Exemplos:

2) O ponto B = (2, b) é equidistante dos pontos A = (3, 5) e C = (4, 6). Qual o valor de b?

dAB = dCB

$d = \sqrt{(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2}$

$$\left\{\begin{array}{l} dAB = \sqrt{(3-2)^2 + (5-b)^2} \\ dCB = \sqrt{(3-2)^2 + (5-b)^2} \end{array}\right.$$

$\cancel{\sqrt{}}(3-2)^2 + (5-b)^2 = \cancel{\sqrt{}}(3-2)^2 + (5-b)^2$

$1 + \cancel{b^2} - 10b + 25 = 4 + 36 - 12b + \cancel{b^2}$

$-10b + 12b = 4 + 36 - 1 - 25$

$2b = 40 - 26$

$2b = 14$

$b = 14/2$

$b = 7$

Exemplos:

3) Determine os valores que k deve assumir para que o ponto (k,5) diste dez unidades do ponto (0,-3).

D = 10 unid.

$d = \sqrt{(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2}$

$10 = \sqrt{(k-0)^2 + (5 - (-3))^2}$

$10 = \sqrt{k^2 + 8^2}$

$10 = \sqrt{k^2 + 64}$

$10^2 = k^2 + 64$

$100 = k^2 + 64$

$100 - 64 = k^2$

$K^2 = 36$

$K = \sqrt{36}$

$K = 6$

Exemplos:

4) Determine as coordenadas do ponto médio M do segmento A(8,3) e B(-2,0).

$$Xm = \frac{x1 + x2}{2} \qquad Ym = \frac{y1 + y2}{2}$$

$$Xm = \frac{8 + (-2)}{2} \qquad Ym = \frac{3 + 0}{2}$$

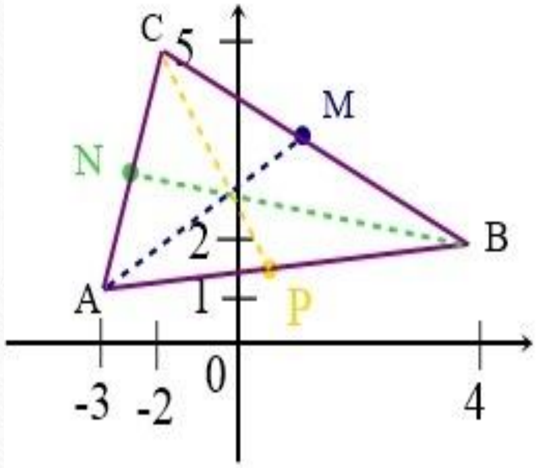
$$Xm = \frac{6}{2} \qquad Ym = \frac{3}{2}$$

$$Xm = 3$$

$$\boxed{M = (3, 3/2)}$$

Exemplos:

5) No plano cartesiano a seguir, um triângulo ABC tem vértices nos pontos A(-3,1), B(4,2) e C(-2,5). Determine o comprimento da mediana AM.



$Xm = \frac{x1 + x2}{2}$ $\qquad$ $Ym = \frac{y1 + y2}{2}$

$Xm = \frac{4 + (-2)}{2}$ $\qquad$ $Ym = \frac{2 + 5}{2}$

$Xm = \frac{2}{2}$ $\qquad$ $Ym = \frac{7}{2}$

$Xm = 1$

$\boxed{M = (1, 7/2)}$

A(-3,1) e M(1, 7/2)

$d = \sqrt{(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2}$

$d = \sqrt{(-3-1)^2 + \left(1-\frac{7}{2}\right)^2}$

$d = \sqrt{(-4)^2 + \left(\frac{2-7}{2}\right)^2}$

$d = \sqrt{16 + \left(\frac{-5}{2}\right)^2}$

$d = \sqrt{16 + \frac{25}{4}}$

$d = \sqrt{\frac{64 + 25}{4}}$

$d = \frac{\sqrt{89}}{4} \Rightarrow \boxed{d = \frac{\sqrt{89}}{2}}$