

2.1 OS PRÉ-SOCRÁTICOS

1. (o milagre Grego) «Chamou-se “o milagre grego”, com pleno direito, a essa criação efectuada pela inteligência helénica: criação de uma ciência e de uma filosofia que não são unicamente ciência e filosofia *grega*, mas (...) a ciência e a filosofia em geral, cuja ideia, orientação e metodologia permanecem em toda a ciência e filosofia posterior, inspirando-a e dirigindo-a. Contudo, na exaltação desse milagre, ultrapassou-se amiúde o limite de uma equilibrada compreensão e avaliação histórica, e pelo desejo de ressaltar o seu carácter excepcional tem-se querido, por vezes, separá-lo e isolá-lo de toda a continuidade de desenvolvimento histórico, quer negando qualquer influxo ou contribuição de outras culturas anteriores no seu nascimento e desenvolvimento inicial, quer caracterizando-o mediante uma oposição com os caracteres e desenvolvimentos das culturas posteriores»¹.

«Os primeiros passos da civilização grega foram dados exactamente -facto significativo- nas colónias da Ásia menor, onde o contacto directo e indirecto com os povos mais adiantados do Oriente estimulou as energias criadoras do génio helénico, que logo afirmaram o seu poder maravilhoso, superando rapidamente toda a criação das culturas predecessoras»².

«O nascimento da filosofia aparece por conseguinte solidário de duas grandes transformações mentais: um pensamento positivo, excluindo qualquer força de sobrenatural e rejeitando a assimilação implícita estabelecida pelo mito entre fenómenos físicos e agentes divinos; um pensamento abstracto, despojando a realidade dessa força de mudança que lhe conferia o mito (...)»³.

«Sobre as condições que permitiram na Grécia do VI século, esta dupla revolução, Cornford não dá qualquer explicação. Mas no meio século que decorre entre a publicação das suas duas obras, o problema foi posto por outros autores. (...) Schuhl, em introdução ao estudo da filosofia positiva dos Milésios, acentuava a amplitude das

¹ MONDOLFO, Rodolfo, 1958, *O Génio Helénico*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, p.12.

² *ibid.* p.14.

³ VERNANT, Jean-Pierre, 1958, *Do Mito à Razão*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, p.88.

transformações sociais e políticas que precedem o século VI. Notava a função libertadora que desempenharam, para o espírito, instituições como a moeda, o calendário e a escrita alfabética; o papel da navegação e do comércio na nova orientação do pensamento voltado para a prática. Benjamin Farrington, por seu turno, ligava o racionalismo dos primeiros físicos da Jónia ao progresso técnico das ricas cidades gregas da Ásia menor. Substituindo os antigos esquemas antropomórficos por uma interpretação mecanista e instrumentalista do universo, a filosofia dos jónios reflectiria a importância crescente da técnica na vida social da época. O problema foi retomado por George Thomson, que formula contra a tese de Farrington uma objecção decisiva. É impossível estabelecer um laço directo entre pensamento racional e desenvolvimento técnico. No plano da técnica a Grécia nada inventou nem inovou. Tributária do oriente neste domínio, nunca realmente o ultrapassou. E o Oriente, apesar da sua inteligência técnica, nunca pode libertar-se do mito nem construir uma filosofia racional. Cumpre, portanto, fazer intervir outros factores e Thomson insiste, com razão, sobre dois grandes grupos de factos: a ausência, na Grécia, de uma monarquia tipo oriental, bem cedo substituída por outras formas políticas; os começos, com a moeda, de uma economia mercantil, o aparecimento de uma classe de comerciantes, para os quais os objectos se despojam da sua diversidade qualitativa (valor de uso) e só têm a significação abstracta de uma mercadoria semelhante a todas as outras (valor de troca), Se se quiser, no entanto, discernir de mais perto as condições concretas nas quais se pode operar a mutação do pensamento religioso em pensamento racional, é necessário fazer um novo rodeio. A física jónia esclareceu-nos sobre a primitiva filosofia, mostrou-nos aí uma transposição dos mitos cosmogónicos, a «teoria» dos fenómenos de que o rei, nos tempos antigos, possuía o domínio e a prática (...)»⁴.

2. (os diferentes períodos do pensamento Grego) «Os historiadores dividem habitualmente a filosofia dos Gregos em três períodos: o período cosmológico, que vai de cerca de 600 ac a cerca de 450 ac; o período antropológico (prático) que preenche a Segunda metade do século V, aproximadamente (450 ac -400

⁴ ibid. p.89.

ac), e o período sistemático, que contem o desenvolvimento dos três grandes sistemas da ciência grega, os de Demócrito, de Platão e de Aristóteles (400 ac -322 ac).»⁵

É no período cosmológico que se situa a escola de Mileto (TALES (624-548 AC), ANAXIMANDRO (611-547 AC), ANAXIMENES (585-528 ou 533-499)), os Pitagóricos e a escola de Eleia.

O conhecimento dos gregos assentou sobretudo nos conhecimentos matemático-geométricos dos egípcios e nos conhecimentos astronómicos dos povos da babilónia. Tanto quanto se sabe, a matemática egípcia consistia primordialmente no conhecimento de operações de cálculo aritmético com objectivos práticos, por exemplo, medir determinadas quantidades de víveres ou dividir um determinado número de objectos por um determinado número de cestos. Analogamente a geometria também estava eivada deste espírito prático e respondia às necessidades de medição dos campos (não nos esqueçamos que, após as cheias, todas as marcas delimitatórias desapareciam, era portanto necessário, quando as águas voltavam ao seu curso natural, refazer geometricamente os seus limites) de construção das pirâmides. O mesmo acontecia na astronomia babilónica, o seu objectivo era também eminentemente prático: fazer horóscopos e previsões, elaboração de um calendário.

Há que assinalar um facto muito importante: a filosofia grega nasceu primeiro nas colónias, Ásia Menor (Mileto) e na Itália Meridional, só depois passou para a metrópole. Isto aconteceu assim porque as colónias, graças à sua actividade comercial enquanto entrepostos directamente em contacto com outros povos, alcançaram primeiro que a metrópole o desenvolvimento, criando assim as condições sócio-políticas-económicas que lhes permitiu um florescimento da actividade intelectual.

Uma breve referência sobre as fontes do que hoje conhecemos sobre o pensamento dos diferentes filósofos e escolas na Grécia nos períodos anteriores ao «período sistemático». As fontes situam-se sobretudo na obra de Platão e Aristóteles que em diversas ocasiões dão informações sobre os seus predecessores, e ainda nos trabalhos de historiadores que de uma forma sistemática se aplicaram a recolher e classificar,

⁵ WINDELBAND, Wilhelm, 1958, *Alvores do Pensamento Filosófico Grego: Período Cosmológico*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, p.119.

ordenadamente, as opiniões dos filósofos antigos⁶. Contudo, a obra destes historiadores sistematizadores, os *doxógrafos*, tem que ser sujeita a uma forte análise crítica no sentido de reconstituir o verdadeiro arquétipo dos documentos doxográficos.



3. (A escola de Mileto) TALES (624-547 AC) de Mileto (Ásia Menor, actualmente Turquia) foi o primeiro pensador desta escola. Não se conhece nenhuma obra que tenha escrito, a reconstituição do seu pensamento e de alguns passos biográficos são feitos através das referências de outros autores, por exemplo, Prócuro, filósofo grego que viveu por volta do período de 450 da nossa era, escreveu: «[Tales] primeiro visitou o Egipto e depois introduziu os estudos de geometria na Grécia (...)».

Matemático, geómetra, astrónomo e filósofo, visitou com interesses culturais o Egipto, o que nessa época era raro, pois só os comerciantes e os militares viajavam. Previu um eclipse e mediu a altura de um monumento servindo-se da sua

⁶ VOILQUIN, Jean, *Introduction*, in Jean Voilquin (org.), 1964, *Les Penseurs Grecs Avant Socrate*, Paris, Garnier-Flammarion, p.14.

sombra quando projectada coincidia com a sombra de uma vara entreposta na vertical, uma consequência do teorema que tem o seu nome. Escreveu Plutarco: «...gostou da tua maneira de medir a pirâmide... limitando-te a colocar o bastão no limite da sombra lançada pela pirâmide, gerando o raio de Sol tangente dois triângulos, demonstraste que a relação entre a primeira sombra e a Segunda era a mesma que entre a pirâmide e o bastão. Mas também te acusaram de não gostar de reis»⁷.

Em muitas obras de história da matemática são atribuídos a Tales cinco teoremas da geometria⁸:

- (i) Um angulo inscrito num semicírculo é um angulo recto.
- (ii) O Círculo é dividido em duas partes iguais por qualquer diâmetro.
- (iii) Os ângulos de base de um triângulo isósceles são iguais.
- (iv) Os ângulos definidos pela intersecção de duas rectas são iguais..
- (v) Dois triângulos são congruentes se tiveram dois ângulos e um lado iguais.

Comerciante e viajante, Tales pode ter recolhido nas suas longas viagens conhecimentos de geometria e astronomia que difundiu no mundo helénico. Contudo a tradição diz que foi com ele que se iniciou a filosofia e a ciência grega, pois foi ele que colocou o problema da origem do mundo, indagando sobre a natureza (*physis*) das coisas, isto é qual a matéria primitiva de cujas transformações deu origem aos fenómenos que ocorrem no Universo. O que hoje conhecemos sobre a sua filosofia deve-se a Aristóteles que na *Metafísica* escreveu: «Tales de Mileto pensava que todas as coisas tinham a sua origem na água».

O princípio de tudo está na *água* que dá origem ao gelo, aos rios e mares, ou se evapora formando o ar. Tales confronta a sua ideia básica com o que se passa na natureza: o húmido é a fonte da vida, é um fertilizante e é necessário à germinação. Para Tales a Terra era um disco que flutuava num imenso Oceano. É a ele que se deve a primeira tentativa de conceber um princípio que, à custa de um pequeno número de hipóteses, explicasse os fenómenos observados.

ANAXIMANDRO (611-547 AC), também nascido em Mileto, é o segundo filósofo desta escola. Perante a observação da natureza e procurando responder

⁷ SERRES, Michel, 1997, *As Origens da Geometria*, Lisboa, Terramar, p.167.

ao mesmo problema (a determinação do seu princípio), este filósofo apresenta uma solução que tem, com a de Tales, analogias evidentes e, ao mesmo tempo, diferenças profundas. Tal como Tales aceita um único princípio material e, também como ele, afirma que essa substância inicial é geradora e infinita. Ela estende-se sem limite para lá do próprio Universo. Mas este princípio é para Anaximandro, não a água ou o ar, mas o *apeiron*, termo sem tradução precisa, ou que pode significar «qualquer coisa»: uma vez admitida a transmutabilidade das substâncias umas nas outras, a escolha que se faça de qualquer elemento primordial é perfeitamente indiferente.

ANAXIMENES (585-528 ou 533-499) é o último dos três filósofos conhecidos da escola de Mileto. Na mesma linha de Tales e Anaximandro, Anaximenes defende a existência de uma substância primordial. Para Anaximandro essa substância não é a Terra, mas o *ar*, o que lhe é sugerido pela sua atenta observação dos processos de evaporação e condensação dos líquidos. Extractos da doxografia. «(...) tudo o que existe se engendrou por uma determinada condensação do ar ou, ao contrário, por uma dilatação. O movimento existe ao longo de toda a eternidade. A terra foi criada pela compressão do ar. Ela é muito achatada e é, por consequência, suportada pelo ar. Quanto ao Sol, à Lua e aos outros astros tiveram na Terra a sua origem (...)»⁹. O *ar* condensado aparece primeiro que a *água*. Em Anaximenes há uma regressão ao sistema de Tales.

4. (A escola Pitagórica) Os Pitagóricos surgiram no final do século VI e o seu fundador foi **PITÁGORAS (582-500 AC)** nascido na ilha de Samos que, tal como Mileto era uma potência comercial naquelas paragens e onde os mercadores, contra os velhos senhores da terra, tinham conquistado o poder político¹⁰. Em Pitágoras ou nos pitagóricos, a sua originalidade na interpretação da natureza diz respeito à importância fundamental atribuída aos contrários. Abandonaram o esquema da escola de Mileto, a existência de uma substância primordial, apresentando-se uma teoria dualista. Conhece-se a sua tabela de contrários, são dez, cinco de natureza matemática (limitado-ilimitado, impar-par, uno-multiplo, recta-curva, quadrado-rectângulo). Aristóteles dirá

⁸ BOYER, Charles, 1989, *A History of Mathematics*, New York, John Wiley and Sons.

⁹ In Jean Voilquin (org.), 1964, *Les Penseurs Grecs Avant Socrate*, Paris, Garnier-Flammarion, p.56.

¹⁰ FARRINGTON, Benjamin, 1966, *Greek Science*, London, Penguin Bookz, p. 43.

mais tarde que, para os Pitagóricos, os números são os elementos constitutivos da matéria. Esta concepção, em conjunto com a preferência da antiga aritmética pitagórica pelo número discreto e pelas quantidades descontínuas ou «mónadas», deixou supor que a este «atomismo» matemático poderia responder um atomismo físico, primeiro esboço de uma doutrina que será desenvolvida com muito mais rigor pela escola de Abdera. O «vazio» dos Pitagóricos não é ainda o vazio absoluto de Demócrito, ele é assimilável ao ar, permanece matéria ambiente, no seio da qual o mundo «respira».

Dos pitagóricos escreveu, dois séculos mais tarde, Aristóteles: «(...) aqueles a quem se chama pitagóricos foram os primeiros a consagrar-se às matemáticas e fizeram-nas progredir. Penetrados desta disciplina, pensaram que os princípios das matemáticas eram os princípios de todos os seres. Como, desses princípios, os números são, pela sua natureza, os primeiros, e como, nos números, os pitagóricos pensavam aperceber uma multidão de analogias com as coisas que existem e se transformam, mais que no Fogo, na Terra e na Água (tal determinação dos números sendo a justiça, tal outra a alma e a inteligência, tal outra o tempo crítico, e do mesmo modo para cada uma das outras determinações); como eles viam, além disso, que os números exprimiam as propriedades e as proporções musicais; como, enfim, todas as coisas lhes pareciam, na sua inteira natureza, ser formadas à semelhança dos números e que os números pareciam ser as realidades primordiais do Universo, consideraram que os princípios dos números eram os elementos de todos os seres e que o Céu inteiro é harmonia e número»¹¹.

Com os pitagóricos as relações matemáticas tomaram o lugar dos processos ou estados físicos que explicavam as transformações da natureza, a sua teoria era muito mais abstracta que as ideias «intuitivas» da escola de Mileto. Parece estar na Babilónia a origem do célebre Teorema de Pitágoras, mas são os pitagóricos os primeiros a tentarem demonstrá-lo. Contudo o desenvolvimento matemático desta escola abriu a sua própria crise e tudo isto está relacionado com o célebre teorema de Pitágoras: seja um quadrado de lado $b = 1$ e cuja diagonal é a e queremos determinar o valor desta em relação ao primeiro; supondo esta medida possível, os dois valores são comensuráveis; ora pelo teorema de Pitágoras $a^2 = 2b^2$, logo $b = \sqrt{2}$ que é um número que se situa algures entre 1 e 2. Vamos exprimir este resultado na forma de uma fracção irredutível

$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$, o que é o mesmo de $m^2 = 2n^2$, m^2 é par e m também. Logo n é ímpar, caso contrário a fracção considerada seria redutível. Por outro lado m pode escrever-se na forma $2p$ o que implica $4p^2 = 2n^2$ ou $n^2 = 2p^2$, então n é um número par. Situação impossível: o número n é simultaneamente par e ímpar. Portanto é impossível medir a diagonal em relação ao lado, eles são incomensuráveis entre si; logo não é possível calcular o valor da diagonal de um quadrado igual à unidade em relação ao seu lado.

A reacção dos pitagóricos foi esconder a conclusão, escreveu Plutarco: «(...) diz-se que os pitagóricos não queriam por as suas obras por escrito, nem as suas invenções, mas imprimiam a ciência na memória daqueles que eles conheciam dignos disso. E como algumas vezes comunicaram alguns dos seus mais íntimos segredos e das mais escondidas subtilezas da geometria a alguma personagem que o não merecia, eles diziam que os deuses por presságios evidentes, ameaçavam vingar este sacrilégio e esta impiedade, com alguma grande e pública calamidade»¹². O carácter de seita da escola pitagórica, onde o aspecto místico ombreava com o aspecto filosófico-científico, prestava-se a essa interpretação de um segredo imposto em torno de uma questão tão embaraçosa.

«Uma outra tentativa de fuga parece ter residido numa vaga esperança de que, considerando como infinito - um infinito grosseiro, mal identificado, que era mais um *muito grande*, do que o infinito moderno- o número de mónadas que formam um segmento de recta, talvez as dificuldades desaparecessem»¹³, pois o absurdo de um número ser par e ímpar, como se viu na demonstração da incomensurabilidade, não poderia desaparecer no caso desse número ser infinito?

Devem-se também aos Pitagóricos alguns contributos importantes no domínio da astronomia: o reconhecimento da esfericidade da Terra, a identificação da «estrela da manhã» e da «estrela do anoitecer» com o planeta Vénus.

5. (A escola Eleática) Oriunda de Eleia, cidade da costa ocidental sul da Itália (actualmente Lucania), uma das muitas colónias gregas nesta península, teve como

¹¹ Aristóteles, *Metafísica*, A5, in Bento de Jesus Caraça, 1963, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa, p.69.

¹² In Bento de Jesus Caraça, 1963, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa, p.75.

¹³ *ibid.*

seu fundador **PARMÉNIDES (515-450 AC)**. São palavras suas: «(...) é preciso que te informes de tudo, não só da verdade como das opiniões humanas. A estas não deves conceder um crédito de verdade: entretanto, é preciso que tu as conheças também, de modo a que, por um questionamento que se estende sobre tudo e em tudo, qual é o juízo que deves fazer sobre a realidade dessas opiniões (...) Afasta o teu pensamento dessa via de pesquisa e não deixes que a experiência te force a seguir cega e surdamente por esse caminho. Mas é pela razão que se deve atacar o problema controverso (...) esta é a única via que te resta (...)»¹⁴. Parménides separa a razão da observação (experiência), a primeira é o instrumento para aceder à verdade, enquanto que os sentidos conduziram ao efêmero, ao limitado, ao contingente, à opinião. Parece ter sido Parménides que foi o primeiro a demonstrar a esfericidade da Terra e a sua posição no centro do Universo. Considerava a existência de dois elementos: o fogo e a terra; o primeiro era o elemento criador enquanto o segundo correspondia à matéria¹⁵. Parménides elaborou o conceito do ser, a que atribui a «ausência de origem e de efemeridade (...) homogeneidade geral e absoluta imutabilidade»¹⁶. Esta imutabilidade e homogeneidade do chefe de fila da escola eleática opõe-se claramente às modificações qualitativas da matéria universal assumidas pelos pensadores da escola de Mileto, bem como à teoria dualista, de oposição de contrários dos Pitagóricos.

Esta oposição ao pensamento anterior traduzir-se-á pelos argumentos de **ZENÃO DE ELEIA (490-425 AC)**, um dos seus discípulos, aos pontos de vista dos pitagóricos. Pouco se sabe sobre a vida deste filósofo e uma importante fonte sobre a sua obra é o diálogo de Platão, *Parménides*, onde nos é contada a visita de Zenão e do seu mestre a Atenas. Zenão apresentou os seus célebres paradoxos contra a concepção «corpúscular» da escola pitagórica. Aristóteles na Física descreve os quatro paradoxos de Zenão, donde, entre eles, constam o de Aquiles e a tartaruga e o do movimento da seta.

De uma forma sintética apresentamos aqui a exposição de Zenão, socorrendo-nos de citação:

¹⁴ PARMENIDES, *De la Nature*, In Jean Voilquin (org.), 1964, *Les Penseurs Grecs Avant Socrate*, Paris, Garnier-Flammarion, p.93.

¹⁵ In Jean Voilquin (org.), 1964, *Les Penseurs Grecs Avant Socrate*, Paris, Garnier-Flammarion, p.99.

« (...) como querem que a recta seja formada por corpúsculos materiais de extensão não nula? Isso vai contra a vossa afirmação fundamental de *que todas as coisas têm um número*. Com efeito, entre dois corpúsculos, 1 e 2, deve haver um espaço — se estivessem unidos, em que se distinguiam um do outro? — e esse espaço deve ser maior que as dimensões de um corpúsculo, visto que estas são as menores concebíveis; logo entre os dois posso intercalar um corpúsculo, 3, e fico com dois espaços: um entre 1 e 3, e outro entre 3 e 2, nas mesmas condições. Posso repetir o raciocínio indefinidamente e fico, portanto, com a possibilidade de meter entre 1 e 2 quantos *corpúsculos quiser*; qual é então o número que pertence ao segmento que vai de 1 a 2?

(...) considerai uma flecha em movimento percorrendo um segmento de recta; em cada instante a ponta da flecha ocupa um lugar: a localização de uma mónada. O que se passa entre um lugar e o seguinte? Nada! Porque, não havendo nada entre duas mónadas consecutivas não podeis dizer-me coisa alguma sobre um movimento que se realize onde nada existe; conclusão: o movimento da flecha é uma sucessão de imobilidades»¹⁷.

A concepção pitagórica está irremediavelmente perdida e os argumentos de Zenão mostram a incompatibilidade daquela teoria com a estrutura da recta. Dois problemas complicados, o da incomensurabilidade e da continuidade, intimamente ligados aos problemas do infinito e do movimento. Problemas que só virão a ser resolvidos na matemática do século XIX.

6. (EMPEDOCLES) É em Agrigento, na Sicília, que nasceu **EMPEDOCLES (492-432 AC)**. Dele chegaram até nós dois poemas : *Sobre a natureza* e *Lustrália*. É no seu primeiro poema que são nomeadas as substâncias que permanecem eternamente indestrutíveis e que compõem tudo, aquilo a que chamou «raízes de todas as coisas», e que são a *água*, o *ar*, a *terra* e o *fogo*. Enquanto que a escola jónica partia da substancia primordial e assumia que, por diversas transformações, se obtinham todas as outras, Empédocles proclama a não alteração qualitativa das suas quatro substâncias. Daqui nasce a noção de elemento, como qualquer coisa de originário e qualitativamente

¹⁶ WINDELBAND, Wilhelm, 1958, *Alvores do Pensamento Filosófico Grego: Período Cosmológico*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, p.141.

¹⁷ CARAÇA, Bento de Jesus, 1963, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa, p.77.

imutável. Assim os quatro elementos, ao misturarem-se dão origem às coisas singulares e ao separarem-se provocam a sua corrupção. As propriedades das «coisas» resultam das diferentes propriedades dos elementos e do modo como se faz a mistura. Esta união é uma união mecânica e espacial, não inclui qualquer transformação. As forças capazes unir e separar são, segundo Empédocles, forças cósmicas que, para o primeiro caso, é o amor ou a amizade e para o segundo o ódio ou a discórdia. Quando predomina a primeira os elementos juntam-se numa unidade, quando predomina a segunda os elementos separam-se.

2.2 A SISTEMATIZAÇÃO DE ARISTÓTELES (384-322)

(a primeira sistematização ocidental do conhecimento)

1. Enquanto qualquer dos pensadores anteriores se dedicou a um determinado ciclo de problemas, mostrando-se relativamente instruído em certos domínios da realidade, três grandes homens, Demócrito, Platão e Aristóteles reuniram no seu saber «tudo quanto tinha sido conquistado pela experiência e observação; comparavam e examinavam os conceitos que daí se tinham formado, combinando e relacionando de maneira fecunda o que até então se tinha produzido separadamente. A extensão e a multiplicidade da sua actividade literária revelam já a universalidade do seu interesse científico, e a abundância do material elaborado nas suas doutrinas explica-se em parte pela viva colaboração das suas grandes escolas». «A sistematização do saber numa doutrina filosófica geral efectuou-se em linha ascendente, desde Demócrito e Platão a Aristóteles, mas só este último conseguiu encontrar a forma de uma estrutura orgânica da ciência nas disciplinas particulares. Com Aristóteles, termina deste modo o desenvolvimento da filosofia grega e começa a era das ciências»¹⁸

2. **(a vida)** Aristóteles nasceu no ano 384 AC em Estagira, pequena colónia jónica da Trácia. Foi para Atenas onde estudou na Academia e tornou-se o discípulo predilecto de Platão, tendo-o acompanhado dos dezoito até aos trinta e cinco anos. Sai de Atenas após a morte do mestre. É um homem singular que durante alguns anos leva uma vida aventureira até ser chamado por Filipe da Macedónia, em 342, para ocupar o lugar de preceptor do seu filho Alexandre então com treze anos. Retorna a Atenas após a aventura de Conquista de Alexandre o Grande e funda a sua escola nos jardins sagrados do Liceu de Apolo. À organização dos cursos e ao desenvolvimento da sua vasta e sistemática actividade professoral dedicou os anos da sua vida de actividade mais intensa. Quando da morte de Alexandre deixa Atenas onde as suas ligações à Macedónia o tornam suspeito. Morre em Calcis com a idade de sessenta e dois anos.

¹⁸ WINDELBAND, W., 1958, *O Período Sistemático*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, p.269.

3. (a obra) Sistematizando, a sua obra pode agrupar-se, sobretudo, em cinco domínios:

1º- Os tratados de Lógica reunidos na obra *Organum*;

2º- As obras relativas ao universo sensível ou filosofia natural, *Physica* (em 8 livros), o tratado *De Generatione et Corruptione* (2 livros), o tratado *De Coelo* (4 livros) e a *Meteorologia* (4 livros);

3º- Os catorze volumes sobre a *Metafísica*;

4º- A história natural, *Historia Animalium* (10 livros onde consta uma vastíssima recolha de observações), *De Partibus Animalium* (4 livros), *De Generatione Animalium* (5 livros)

5º- A estes tratados seguem-se ainda *A Estética*, dividida na *Retórica* e na *Poética*, e, por fim a *Ética* e a *Política*.

4. (a Lógica) «O primeiro escopo da lógica aristotélica é, segundo as expressas declarações do filósofo, inteiramente *metodológico*. O objectivo é o de mostrar o caminho pelo qual se alcança sempre a meta do conhecimento científico. Tal como na retórica se ensina a arte da persuasão, na lógica ensina-se a arte da investigação, do conhecimento e da investigação científicas»¹⁹. A lógica de Aristóteles constitui uma sistematização organizada da arte de raciocinar. O objectivo principal da lógica é o de conhecer a relação, verdadeira entre o *universal* e o *particular*. Para o filósofo «aprender conceptualmente e demonstrar são a mesma coisa: *dedução do particular a partir do universal*»²⁰.

A silogística tornou-se consequentemente o cerne da lógica aristotélica. Analisa e classifica os tipos elementares de raciocínio dedutivo que aparecem nos diversos esquemas do silogismo. Em geral num raciocínio perfeito deve haver três proposições, duas das quais actuam como antecedentes e são nomeadas de premissas, enquanto a terceira é o conseqüente e corresponde á conclusão extraída das duas primeiras. Aristóteles não só estabeleceu o silogismo, como também estudou as diversas figuras possíveis de silogismos e, dentro destas, os seus diferentes modos.

¹⁹ Ibid. p.342.

²⁰ Ibid.

Aristóteles estabeleceu também as regras do silogismo científico ou da demonstração. Segundo ele a demonstração matemática obedecia ao esquema:

- 1) termos ou definições
- 2) Suposição da existência de coisas designadas pelos termos
- 3) Proposições imediatas que ocorrem necessárias do conhecimento para aprender qualquer coisa, os axiomas
- 4) hipóteses ou postulados, necessárias no raciocínio matemático, das quais se admite a existência sem sobre ela ter uma ideia adequada.

5. (os elementos) Aristóteles continua fiel ao esquema de Empédocles dos quatro elementos: *Terra, Água, Ar e Fogo*. Para ele os elementos não constituem os primeiros corpos, mas os aspectos de uma substância única, a «matéria primeira», passível de formas diferentes segundo as qualidades que a afectam. As diferentes formas que a matéria pode revestir preexistem nela no estado de possibilidade, existem em *potência*.

As formas elementares em potência modificam-se pelo efeito de quatro qualidades fundamentais: o *frio*, o *calor*, o *seco* e o *húmido*. Estas qualidades não se encontram isoladas, mas em pares, e é a presença de um desses pares que caracteriza cada um dos quatro elementos, mas dois pares devem excluir-se (o frio-calor e o seco-húmido) pois qualidades contrárias não podem emparelhar. Restam assim quatro pares possíveis: frio-seco, frio-húmido, calor-seco e calor-húmido. Quando a matéria primeira é afectada pelas qualidades frio-seco, ela torna-se o elemento terra; a água corresponde ao par frio-húmido; o ar ao par calor-húmido e o fogo ao par calor-seco.. estes quatro elementos, não as suas combinações, dão origem a todos os corpos, infinitamente diversos, que se encontram na natureza. Por outro lado, eles podem transformar-se entre eles, cada um dos quatro sendo susceptível de engendrar os outros três. É preciso, contudo, que esta geração seja «circular», pois o calor-seco, por exemplo, não pode sair directamente do frio-húmido, mas somente por intermédio do calor-húmido ou do frio-seco. A passagem de um elemento para outro, por exemplo da água para o fogo, exigirá simplesmente «um tempo mais longo». Este modo de permutação que só diz respeito aos quatro elementos simples, designa-se por *alloiosis*.

Quanto aos corpos compostos, eles resultam de três operações: a *síntese* que é uma simples mistura; a *mixis* e a *krasis* que corresponde, aproximadamente, ao que hoje se designa por transformação química e solução.

Para Aristóteles existe um quinto elemento o *éter* que constitui o mundo celeste e cujas propriedades são a inalterabilidade e incorruptibilidade.

6. (o movimento) O movimento exprime a coexistência simultânea da potência e do acto. A física aristotélica deriva de três princípios: a matéria, a forma e a privação. A matéria é uma simples potência; a forma é o que existe em acto; a privação é o que não existe. O termo *kinesis* (movimento) significa:

1º- alteração da substância

2º alteração da grandeza do corpo (dilatação ou contracção)

3º Alteração da qualidade

4º Alteração do lugar e produz-se por translação.

Tudo isto se passa no mundo sublunar, no mundo celeste só existe um elemento, o éter, incorruptível, e onde só existe o movimento circular, o único que é compatível com um Universo finito. O movimento em linha recta só é possível no mundo sublunar. As alterações de lugar são de dois tipos: as *naturais* (queda de um corpo, o corpo dirige-se para o seu lugar natural, aquele a que pertence); e *violentos* (o corpo afasta-se do lugar a que pertence). Todo o movimento implica um motor. Num movimento há que ter em conta dois aspectos: a acção do motor, à qual o corpo está submetido, e, por outro lado a resistência do meio atravessado pelo corpo. É esta resistência que trava o movimento, perdendo esta velocidade, e no momento em que equilibra a força motora o corpo pára. Para Aristóteles há uma relação entre a velocidade e a Resistência (variarão na razão inversa). Desta relação se conclui que para uma resistência nula deverá haver uma velocidade infinita, o que não é possível, logo a resistência nunca poderá ser nula, donde se conclui que não pode existir o **vazio**. Evidentemente que a não existência de vazio vai implicar a negação de um modelo atomista para a constituição da matéria.

7. (O Universo) A Terra ocupa o lugar central, em torno da qual há a região da água, do e do fogo, cada elemento tem o seu lugar próprio. O seu conjunto forma o

mundo sublunar. Para lá deste mundo estende-se a região do éter incorruptível e das esferas celestes, sendo aquela que está mais perto da Terra a esfera da Lua e a mais afastada a das estrelas fixas. Todas estas esferas se movem em torno da Terra. A Terra está imóvel (outros filósofos gregos não o admitiam- Filolao e Heraclito), avançando Aristóteles com o argumento que se o corpo lançado ao ar, ao voltar à Terra não chegaria ao mesmo lugar no caso de ela se mover. O Universo é único e limitado, sendo o seu diâmetro a maior recta que seria possível traçar. Para Aristóteles a explicação do movimento dos astros é resolvida por este sistema de esferas homocêntricas que se movimentam apoiadas, por sua vez, em outras tantas esferas animadas de movimento (esferas compensadoras). Todo este sistema chegou a 56 esferas celestes.

2.3 A ESCOLA DE ALEXANDRIA

1. (Introdução) Em 334 ac Alexandre Magno iniciou a expansão grega para Oriente, conquistando a Pérsia e chegando à Índia. Quando morreu em 323ac toda a região que é o próximo Oriente estava toda sob domínio grego. A consequência das suas campanhas foi o avanço da civilização grega pelo Oriente; o Egito, a Mesopotâmia e uma parte da Índia foram helenizadas. Deste modo, a cultura grega, neste caso particular as ciências gregas, levada para novos ambientes culturais além de se afirmar, sofreu influências muito férteis dessas novas culturas. Talvez por isso, após a expansão helenística assiste-se ao período de apogeu da Matemática e Astronomia gregas que ocorreu no Egito, uma das províncias do Império de Alexandre e que após a sua morte passa a ser governada por um dos seus generais. Na época o Egito ocupava um lugar central no mundo mediterrânico, era ponto de passagem obrigatório entre o Oriente e o Ocidente. Alexandria, a nova capital egípcia, construída no litoral, rapidamente se constituiu como o centro intelectual e económico do mundo helenístico.

As obras de construção da cidade que Alexandre dedicou á memória do seu nome iniciaram-se em 332 e duraram muito tempo. O lugar foi escolhido com um cuidado extremo: próxima do delta do Nilo, a cidade aproveitaria simultaneamente os benefícios de estar junto da terra fértil e o facto de ser um entreposto comercial. Embora a estrutura sócio-política tradicional do Egito antigo se tenha mantido, uma forma de assegurar a herança dessa civilização milenar, na cidade de Alexandria a população grega seria predominante, o que garantiu num contexto cosmopolita a dimensão cultural helénica. Não houve, portanto, uma helenização do país, mantendo-se como única excepção a cidade de Alexandria para a qual se atraíram os intelectuais gregos da época, afirmando-a, deste modo, como a capital cultural do mundo helénico.

Após a morte de Alexandre, o Egito passará a ser governado por um dos seus generais Ptolomeu. Em 297 ac, um filósofo peripatético, Demétrio, que por razões políticas se refugiara em Alexandria, mercê das suas relações próximas do rei teve a ideia de fundar na cidade um Liceu mas de dimensões muito superiores. É daqui que nasce a célebre Biblioteca e o Museu (cujo significado deriva de instituição consagrada às musas, protectoras das actividades intelectuais). O Museu consagrava-se, sobretudo,

ao estudo da medicina, biologia e astronomia enquanto a Biblioteca reunia toda a produção literária grega, conservando cópias das obras mais importantes do pensamento grego, chegou a conter cerca de setecentas mil obras, constituindo o repositório de livros mais importante de toda a antiguidade. A Biblioteca de Alexandria era o centro da vida científica do mundo helénico e teve como terceiro bibliotecário, Eratóstenes, importante geómetra e geógrafo, um dos primeiros matemáticos a determinar o raio do nosso planeta. Destacamos, entre outras, como figuras importantes deste período: Euclides (325-?), Arquimedes (287-212), Eratóstenes (276-194), Apolónio (262-190), Herão (10-75) e Ptolomeu (85-165).

2. (EUCLIDES) A primeira citação explícita sobre Euclides (325-??) aparece num prefácio de Apolónio (262-190AC) que estudou com os discípulos daquele e que escreveu uma obra, *As Cónicas*, onde o grande geómetra de Alexandria é citado. Contudo poucas informações há sobre a sua vida, é Proclus (411-485 DC), um dos últimos filósofos atenienses, que apresenta algumas referências ao período em que terá vivido essa grande figura da matemática grega. Outras informações indicam que Euclides teria nascido em Megara, mas esta personagem, um filósofo e não um matemático, terá vivido cem anos antes do seu homónimo de Alexandria. Assim alguns autores inclinam-se para admitir: a) Euclides seria o mestre de uma escola de matemáticos de Alexandria e que estes, colectivamente, teriam contribuído, após a morte do seu mentor, para a escrita da obra que, postumamente, lhe será atribuída; b) Euclides não foi uma personagem histórica, nunca terá existido, a sua obra seria da responsabilidade de outros matemáticos de Alexandria que utilizaram o nome de Euclides (o de Megara) para assinar os seus trabalhos.

Euclides escreveu os célebres *Elementos*, os *Dados*, uma espécie de complementos dos Elementos, e a *Óptica*.

Os Elementos compreendem 13 livros divididos do seguinte modo:

1º-geometria plana (estudo de figuras poligonais ou circulares) nos quatro primeiros livros;

2º- sobre relações e proporções, livro V e VI, tratando este último da aplicação das relações e proporções à geometria plana;

3º- teoria dos números inteiros, livros VII, VIII e IX;

4º- estudo dos irracionais algébricos mais simples, livro X;

5º- geometria no espaço, livros XI, XII e XIII.

O primeiro livro abre com uma lista de 23 definições (por exemplo. «um ponto é aquilo que não tem partes»). A seguir às definições, Euclides apresenta uma lista de cinco postulados (o primeiro afirma que por dois pontos passa uma recta) e cinco noções comuns (por exemplo, «se a iguais se juntarem iguais, obtêm-se iguais» ou «o todo é maior que as partes»). Na geometria de Euclides os axiomas representam qualquer coisa aceite como óbvio e são designadas por noções comuns, não contemplam as propriedades geométricas, daí que se distingam dos postulados. Os axiomas são assunções gerais que permitem aplicar o método dedutivo, por exemplo, «entidades iguais a uma entidade são iguais entre si».

O enunciado original do célebre quinto postulado de Euclides é o seguinte: «Se uma recta intersectar duas rectas, tal que a soma dos ângulos interiores do mesmo lado seja mais pequena que dois ângulos rectos essas rectas prolongadas até ao infinito encontrar-se-ão segundo um ângulo que é mais pequeno que dois ângulos rectos». É no século XVIII que J. Playfair lhe dá a forma despojada pela qual é actualmente conhecido: «Por um ponto de um plano só se pode traçar uma e uma só paralela a uma recta dada»²¹.

Os *Elementos* de Euclides, além de ser a obra maior da matemática grega que chegou até aos nossos dias, foi também aquela que maior influência exerceu nos matemáticos de todos os tempos. A primeira versão impressa apareceu em Veneza no ano de 1482.

3. (ARQUIMEDES) Alguns autores consideram Arquimedes (287-212), cidadão de Siracusa, cidade grega situada na Sicília, como o maior matemático grego do período helenístico²². Ao contrário de Euclides, e de muitas outras figuras gregas, ele não é um mero nome, mas uma personagem com uma vida conhecida e sobre a qual há vários relatos históricos. Alguns autores referem que, enquanto jovem, terá visitado o Egipto, Alexandria, onde teria estudado com discípulos de Euclides. Esta conjectura poderá ser verdadeira, não só por sabermos que estava completamente familiarizado

²¹ TATON, R.(coord.), p.322 (vol.I)

²² STRUIK, D. p. 93

com a matemática que aí se desenvolvera, como também pelo facto de conhecer pessoalmente matemáticos dessa cidade a quem enviava os seus resultados acompanhados de mensagens pessoais.

Alem dos seus trabalhos como matemático, ficou também célebre pelas suas invenções mecânicas. Parece que data da sua estada no Egipto a invenção do sistema elevatório de água conhecido como o parafuso de Arquimedes. Esta sua reputação, enquanto inventor de máquinas, deveu-se à criação de engenhos de guerra que intervieram de uma forma efectiva na defesa da cidade quando assediada pelas hostes romanas capitaneadas por Marcelo e que a conquistaram em 212 ac. É a Plutarco que se deve o relato do papel desempenhado por Arquimedes e pelos seus engenhos em relação à armada sitiante quando, no ano 75 dc, escreve a vida de *Marcelo*..

A lista das obras de Arquimedes que chegaram até nós são as seguintes: *Sobre o equilíbrio dos planos* (dois livros), *A quadratura da parábola*, *Sobre a esfera e o cilindro* (dois livros), *Sobre as Espirais*, *Sobre Conóides e esferóides*, *Sobre os Corpos flutuantes* (dois livros), *Medição do círculo*; carta a Eratóstenes sobre o *Método*.

Citação: «As mais importantes contribuições de Arquimedes na matemática foram feitas no domínio daquilo a que agora chamamos "cálculo integral"- teoremas sobre áreas de figuras planas e sobre volumes de corpos sólidos. Na *Medição do círculo* encontrou uma aproximação da circunferência do círculo pelo uso de polígonos regulares inscritos e circunscritos. Levando esta aproximação a um polígono de 96 lados, encontrou (...) o que é usualmente expresso dizendo que π é aproximadamente igual a $3\frac{1}{7}$ »²³.

Na sua obra *Sobre o equilíbrio dos planos* Arquimedes estabeleceu, de uma forma geométrica rigorosa, a lei de equilíbrio das alavancas bem como a determinação dos centros de massa de diversas figuras geométricas planas. Evidentemente que a alavanca já deveria ser usada desde tempos imemoriais, Aristóteles já tratara a sua lei de equilíbrio, contudo é a Arquimedes que se deve esta demonstração em termos matemáticos. Aristóteles já dissera que dois pesos, quando colocados numa alavanca, cujos valores variam na razão inversa da sua distância ao fulcro, equilibram-se, e associava esta lei à assunção que o movimento vertical rectilíneo era o único movimento

natural na Terra. Assim, extremidades de braços desiguais de uma alavanca descreveriam arcos de circunferência em torno do seu fulcro, logo o braço maior descreveria um arco maior cuja trajectória estaria mais próxima do movimento rectilíneo vertical do que a do braço menor. Contrariamente a este argumento «cinemático», Arquimedes deduz a condição de equilíbrio partindo do postulado que corpos «simétricos bilateralmente estão em equilíbrio»²⁴.

Na obra *Sobre os Corpos flutuantes*, também partindo de um raciocínio matemático, estabelecendo postulados, apresenta vários resultados importantes como é o caso do célebre princípio: «Qualquer sólido mais leve que um fluido, quando colocado no interior deste, ficará imerso de modo a que o peso do sólido seja igual ao do fluido deslocado» e «Um sólido mais pesado que um fluido, quando colocado no interior deste, descera até ao fundo do fluido, e o sólido quando pesado no interior do fluido ficará mais leve que o seu peso verdadeiro pela diferença do peso do fluido deslocado»²⁵. Nesta obra apresenta diversos resultados sobre as posições de corpos com diferentes geometrias quando colocados num líquido.

Em *O Método*, Arquimedes apresentou, na forma de carta enviada a Eratóstenes, bibliotecário de Alexandria, o modo como trata a «mecânica» e como alcançou a prova de alguns teoremas, sobretudo de matérias relacionadas com o equilíbrio dos corpos. Pode afirmar-se que «em geral não aplica as matemáticas à técnica; bem ao contrário, a técnica é inspiradora dos seus trabalhos teóricos»²⁶. Esta obra foi descoberta já no princípio do século XX²⁷.

Aparte o seu trabalho matemático, Arquimedes ficou famoso pelas suas arrojadas invenções mecânicas usadas em tempos de paz, por exemplo associações de roldanas que permitiam que a força de um homem arrastasse para terra barcos muito pesados, como também passaram à posteridade as suas máquinas de guerra (eg. poderosas catapultas que lançavam pesadíssimos projecteis sobre a armada romana). Plutarco escreveu: «Foi tal a grandeza de alma de Arquimedes, a profundidade do seu génio, o tesouro inesgotável dos seus conhecimentos científicos, que não quis deixar

²³ STRUIK, D. p. 93

²⁴ BOYER, C., p121.

²⁵ BOYER, C., p121.

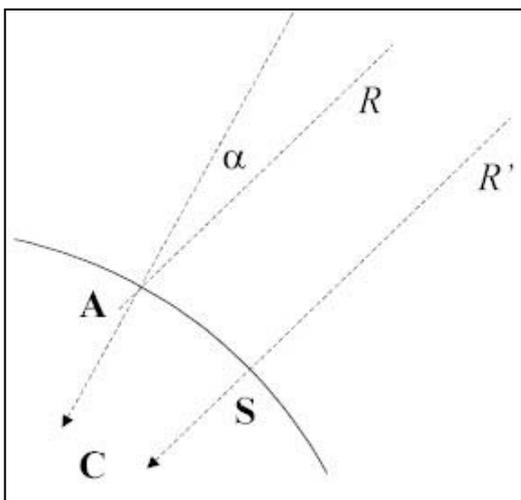
²⁶ TATON, R.(vol. I), p.328.

²⁷ BOYER, C., p137.

nenhum escrito ou comentário sobre as coisas que fizeram a sua celebridade e que fizeram ser olhado como dotado de uma inteligência sobre-humana e quase divina. A construção das máquinas, qualquer arte que servisse para as necessidades da vida não eram para ele senão coisas sem nobreza e tarefas vis. Pôs toda a sua dedicação no estudo dos objectos cuja beleza e excelência não estão de modo algum misturados com qualquer necessidade e com os quais não podemos comparar qualquer outro: ciência onde a demonstração rivaliza com o sujeito, fornecendo este grandeza e beleza; aquele, exactidão e poder natural»²⁸.

Arquimedes é morto por um soldado romano após a tomada de Siracusa pelos exércitos de Marcelo...

4. (ERATÓSTENES) Nascido em Cirene, no norte de África, actualmente Líbia, **Eratóstenes** (276-194) passou os seus primeiros anos de estudo em Atenas. Tornou-se conhecido em vários domínios, tanto na matemática e astronomia, como na poesia e história. Por volta do ano de 240 ac, é chamado par preceptor do filho do rei do Egipto, sendo também nomeado bibliotecário, o terceiro após a fundação, da Biblioteca de Alexandria. É a Eratóstenes que Arquimedes endereça o seu tratado sobre o *Método*. Contudo o feito pelo qual é mais conhecido diz respeito à determinação do raio da Terra.



Conta-se que ao vaguear pelo mercado, Eratóstenes terá ouvido a um mercador o seguinte comentário, «aqui ainda se encontra uma sombra, mas, na minha terra há dias do ano em que o calor é tanto que, nem no fundo um poço, há sombra que nos proteja», e indagando sobre essa tal terra, o bibliotecário de Alexandria constatou ser Siena (Assuão). Será esta a razão pela qual estas duas terras,

situadas no mesmo meridiano, foram palco das medições do matemático. A sua distância era conhecida e a sua diferença de latitude era facilmente calculável, pois no solstício de Verão o Sol incidia a pique sobre os poços de Siena, a cidade encontra-se

²⁸ SERRES, M, (vol.I), p144.

sobre o trópico do hemisfério Norte. Bastava então medir com precisão, em Alexandria e à mesma hora, o ângulo formado pela sombra de uma vara e a extremidade da mesma. Este ângulo que é $(90-\alpha)$ e o ângulo ACS é iguala a α . Eratóstenes mediu, $\alpha = 1/50$ do círculo, como a distância era 5000 estádios, concluiu que o perímetro da circunferência que representaria a Terra seria 250000 estádios. Como Eratóstenes se serviu da unidade de medida egípcia que vale aproximadamente 157,5m, o raio da Terra aparece com o valor 6270km... Evidentemente que a correção da medida depende da conversão de unidades, outros autores sugerem como factor de conversão da época o valor de 166,7m, mesmo assim a aproximação é notável.

Eratóstenes, usando os dados de um eclipse lunar determinou a distância da Terra á Lua (780000 estádios) e da Terra ao Sol (804000000estádios).

4. (APOLÓNIO) De **Apolónio** (262-190) pouco se sabe sobre a sua vida contudo a obra famosa que nos deixou, as *Cónicas*, introduziram o tratamento geral do tema sobre as curvas, hoje conhecidas como a elipse, a parábola e a hipérbole. Nascido em Perga, na Jónia (actualmente Murtina, na Turquia) foi muito novo para Alexandria onde estudou com os discípulos de escola de Euclides, vindo mais tarde a ser um dos professores dessa escola. Apolónio terá também estado em Pérgamo (actualmente Bergamo na província de Izmiir na Turquia) onde existia uma escola e uma biblioteca muito parecidas com a de Alexandria. A maior parte da informação que se conhece sobre a sua vida consta no prefácio da sua obra que é composta por oito livros, dos quais, no Grego original, só sobreviveram os primeiros quatro, contudo os primeiros sete livros são conhecidos através da sua versão árabe.

No Livro I Apolónio explica as motivações que o levaram a escrever a sua obra e nos quatro primeiros livros apresenta uma revisão do que já fora feito sobre as cónicas por Euclides, todavia no Livro III escreve expressamente que alguns teoremas apresentados são seus. Nos restantes livros, do V em diante, apresenta o seu trabalho original. É a ele que se deve muitos desenvolvimentos gerais que hoje utilizamos, por exemplo: a) um cone não tem que ter o seu eixo obrigatoriamente perpendicular; b) a secção feita por um plano num qualquer tipo de cone permite obter uma cónica; c) a generalização de cone para a de superfície cónica com duas folhas....

Citação: «Os métodos utilizados por Apolônio nas Cónicas são, em muitos aspectos, similares aos utilizados modernamente, sendo considerados como uma antecipação de 1800 anos em relação à geometria analítica de Descartes. A aplicação de linhas de referência gerais, do diâmetro e da tangente como seus extremos, não é, certamente, uma diferença essencial em relação ao sistema de coordenadas quer fosse rectangular ou, mais geral, oblíquo. Distâncias medidas ao longo do diâmetro a partir do ponto de tangência são as abcissas, e segmentos paralelos à tangente e interceptados entre o eixo e a curva são as ordenadas.»²⁹.

Apolônio foi também um importante fundador da astronomia matemática grega, onde utilizou modelos geométricos para explicar os movimentos planetários observados. Segundo Ptolomeu, Apolônio introduziu o sistema de movimentos segundo o excêntrico e o epiciclo para explicar o movimento aparente dos planetas no céu. Sabe-se que os epiciclos são anteriores a Apolônio, mas este terá feito algumas contribuições que permitiram melhorar os cálculos geométricos, estudando em particular os pontos estacionários das trajectórias planetárias, sobretudo aqueles em que se davam inversões do movimento.

5. (HERÃO) Provavelmente nascido em Alexandria já na era cristã (10-75), poucas certezas há quanto à sua vida. Dos seus textos é razoável deduzir que ensinou no museu em Alexandria e que se interessou por matemática, pneumática e mecânica. Enquanto matemático escreveu vários livros:

- *Metrica* onde apresenta o cálculo de áreas de triângulos e diversos polígonos regulares e onde aparece a célebre fórmula para ao cálculo da área do triângulo³⁰ em função dos seus lados a , b e c , $A^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$ em que $s = (a + b + c)/2$; nesta obra a preocupação não é apresentar muitas demonstrações (a da fórmula anterior é feita), ou um rigor lógico-deductivo, mas dar muitos exemplos numéricos, isto é, há uma preocupação de aplicação prática, o que era apanágio da matemática anterior aos Gregos, como a dos Babilónios;

- *Pneumatica*, onde são apresentadas algumas considerações sobre a pressão dos fluidos, uma parte desta teoria está errada; apresentando-se em seguida a descrição

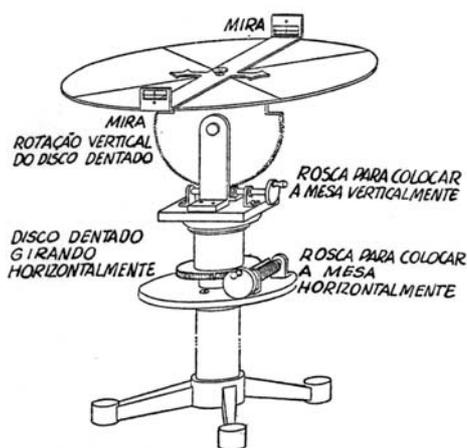
²⁹ Boyer, C., p156.

³⁰ Ibid. p.172.

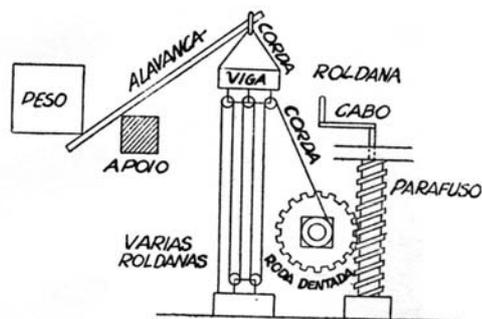
do funcionamento de uma série de aparelhos, para cima de cem, como por exemplo o jarro mágico ou a sua «máquina a vapor»...

-*Mechanica*, onde são descritas máquinas simples, compostas por alavancas e roldanas, com ideias muito semelhantes às de Arquimedes; formas engenhosas de elevar corpos muito pesados.

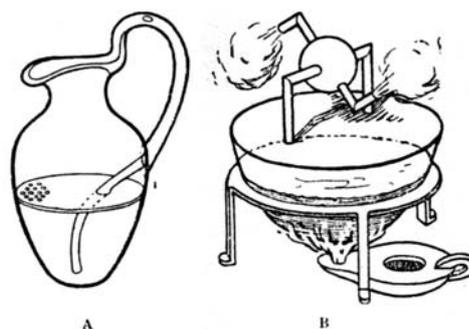
Construiu um aparelho designado por «Dioptra» que servia para medir ângulos, obter nivelagens e calcular distâncias entre pontos muito distantes. Este aparelho é o «primeiro instrumento universal de medida, que foi durante muitos séculos o mais perfeito instrumento para nivelamentos, usado como teodolito em observações terrestres e astronómicas»³¹.



O aparelho chamado «Dioptra» de Héron para medir ângulos assim como para nivelar, calculando alturas ou distâncias entre dois pontos distantes, etc. A mesa ou prato circular que está graduada, tem duas miras, com mobilidade no centro e assentes num braço rígido. A mesa ou prato tem como suporte uma coluna que gira sobre o seu eixo por meio de uma rosca que funciona sobre um disco dentado. A mesa assenta directamente sobre um segundo disco em roda dentada, o qual pode girar num plano vertical por meio de uma segunda rosca, ou parafuso, fixada na coluna.



Engenho mecânico de Héron
(Cf. W. SCHMIDT, *Heronis Opera omnia*, Leipzig)



A) O jarro mágico de Héron. Consegue-se verter o líquido do jarro conforme a pressão exercida com o dedo polegar sobre o orifício da asa do jarro. B) A «máquina a vapor» de Héron. O globo é colocado sobre um eixo de tubos, dois dos quais estão submersos na caldeira, e gira pela força da pressão do vapor que é expelido através dos outros dois tubos que estão fora da caldeira em contacto com o ar.
(Cf. W. SCHMIDT, *Heronis Opera omnia*, Leipzig)

Figuras retiradas de V. de Magalhães Vilhena (dir.), 1958 *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos.

Heron, além de matemático, parece ter sido um engenheiro e um inventor; elaborou a teoria dos diversos tipos de máquinas: a sua fabricação, o seu funcionamento, as suas regras de emprego com «clareza e precisão suficientes, nos pormenores de construção, para que sirvam à prática dos mestres interessados»³².

Sobre as limitações da aplicação do génio inventivo técnico dos gregos, do qual Herão é talvez o caso mais saliente, citamos: «Uma tal habilidade técnica, articula à pesquisa dos princípios gerais e das regras matemáticas, que possibilitam, quando possível, calcular a construção e o emprego de engenhos, deu azo a uma série de invenções notáveis (...) Todavia não actuou sobre o sistema tecnológico da Antiguidade para o transformar (...) as máquinas descritas pelos engenheiros sejam efectivamente de fins utilitários, empregam-se e concebem-se nos moldes de instrumentos que multiplicam a força humana, à qual recorrem, a despeito da sua complexidade, como ao único princípio motor (...) Quando se socorrem de outras fontes de energia e quando, em vez de aumentar uma força determinada ao começo, funcionam desenvolvendo automaticamente o seu movimento próprio, trata-se neste caso de uma produção que se situa, de conformidade com uma tradição inteira de objectos maravilhosos, à margem do campo propriamente técnico (...)»³³.

Planetas	Número de esferas (Eudoxo)	Número de esferas (Calipo)	Número de esferas (Aristóteles)
Saturno	4	4	7
Júpiter	4	4	7
Marte	4	5	9
Vénus	4	5	9
Mercúrio	4	5	9
Sol	3	5	9
Lua	3	5	5
TOTAL	26	33	55

³¹ Maurice Daumas (Direcção de), 1966, *As Ciências (Enciclopédia da Pléiade)*, Lisboa, Editora Arcádia Limitada (versão portuguesa, sob a orientação de Luís Albuquerque), p.298.

³² Jean-Pierre Vernant, *Formas e limites do pensamento técnico grego*, In V. de Magalhães Vilhena (dir.), *Panorama do Pensamento Filosófico* (vol.II), Lisboa, Edições Cosmos, 1958, p.414.

³³ *Ibid.* p.415.